

PROPAGATION D'INCERTITUDES ET ANALYSE DE SENSIBILITÉ DU MODÈLE D'ÉROSION DE HAIRSINE & ROSE

Marie Rousseau

Alexandre Ern, Olivier Le Maître, Olivier Cerdan, Pierre Sochala

BRGM

Université Paris Est, CERMICS, Ecole des Ponts

3 avril 2013



Plan

- 1 INTRODUCTION
 - Contexte et problématique
 - Propagation des incertitudes
 - Cadre probabiliste
 - Analyse de sensibilité
- 2 MÉTHODOLOGIE : OUTILS PROBABILISTES
- 3 CADRE D'APPLICATION
- 4 APPLICATION À LA MODÉLISATION DE L'ÉROSION
- 5 CONCLUSION & PERSPECTIVES

CONTEXTE ET PROBLÉMATIQUE



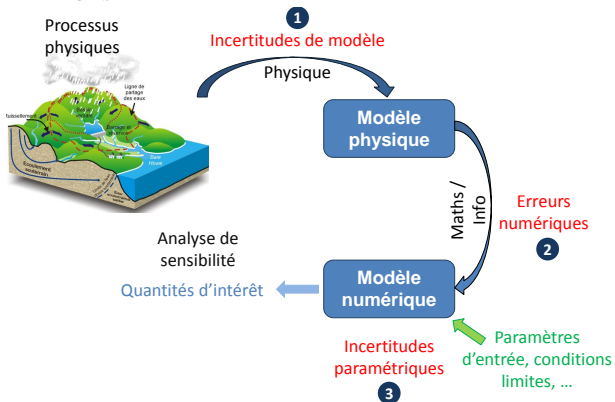
TRANSFERTS DE SÉDIMENTS ET RUISSELLEMENT

- Préoccupation **croissante**
 - Engendrent des **problèmes environnementaux** :
 - perte en sol
 - pollution des masses d'eau (eutrophisation, envasement)
 - coulées boueuses, ...
 - **Ruissellement** = mécanisme **principal** dans les transferts d'éléments
 - **Transferts de sédiments** = **processus clef** dans la redistribution des sols
- ⇒ **Important d'établir des bilans des flux d'eau et de sédiments**

PROPAGATION DES INCERTITUDES

3 TYPES D'INCERTITUDES OU D'ERREURS

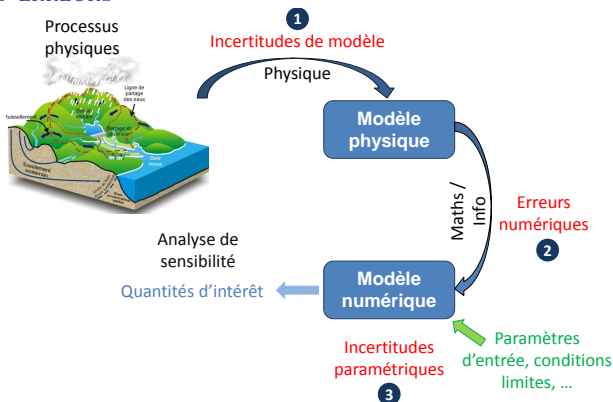
- 1 Incertitudes de modèle
- 2 Erreurs numériques
- 3 Incertitudes paramétriques



PROPAGATION DES INCERTITUDES

3 TYPES D'INCERTITUDES OU D'ERREURS

- 1 Incertitudes de modèle
- 2 Erreurs numériques
- 3 Incertitudes paramétriques



QUALITÉ DES MODÈLES (JETTEN *et al.* 1999, MERRITT *et al.* 2003)

- Forte variabilité spatiale et temporelle des processus
- Incertitudes paramétriques

PROPAGATION DES INCERTITUDES

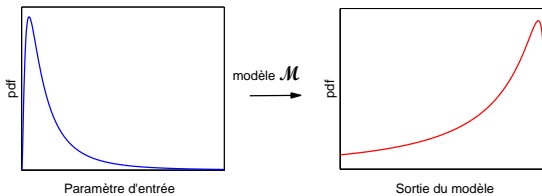
OBJECTIFS

- Développer de **nouveaux outils performants** pour l'analyse d'incertitudes en modélisation hydrologique
 - Analyse de sensibilité **globale**
 - Développement en **Polynômes de Chaos**
- Concevoir des cas tests pour démontrer l'**utilité** et la **faisabilité** de la méthodologie

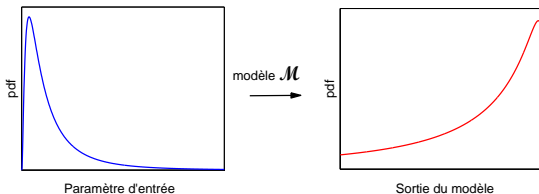
MÉTHODOLOGIE

- Paramètres d'entrée incertains = **objets aléatoires**
- Modèle numérique utilisé comme une **boîte noire**
- Caractériser la **variabilité des sorties** du modèle
- Analyse de la variance pour **hiérarchiser** les paramètres d'entrée incertains

CADRE PROBABILISTE



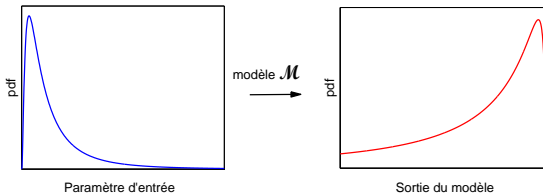
CADRE PROBABILISTE



MÉTHODES DIRECTES

- Paramètres incertains = **variables aléatoires** définies par une **pdf fixée a priori**
- Adaptées lorsque l'observation est difficile ou incertaine
- Veihe & Quinton 2000, Hantush & Kalin 2005, Eckhard *et al.* 2003, ...

CADRE PROBABILISTE



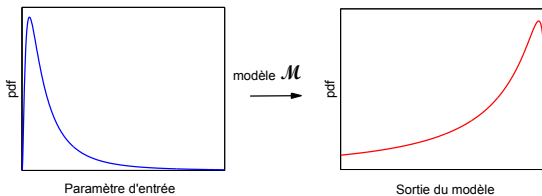
MÉTHODES DIRECTES

- Paramètres incertains = **variables aléatoires** définies par une **pdf fixée a priori**
- Adaptées lorsque l'observation est difficile ou incertaine
- Veihe & Quinton 2000, Hantush & Kalin 2005, Eckhard *et al.* 2003, ...

MÉTHODES *a posteriori*

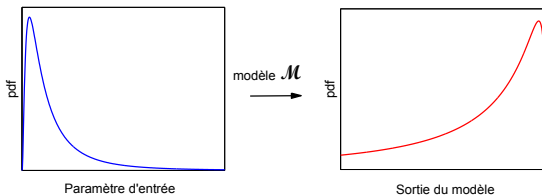
- Observations de sortie permettent d'**identifier les lois** de probabilité des paramètres
- **Statistiques Bayésiennes** : paramètres = **variables probabilistes** avec une **pdf jointe a posteriori** (Vrugt *et al.* 2008, Laloy & Bielders 2009, Procédure GLUE Beven & Binley 1992)

ANALYSE DE SENSIBILITÉ



Analyse de sensibilité
Comportement ?

ANALYSE DE SENSIBILITÉ

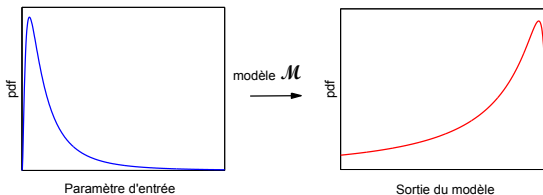


Analyse de sensibilité
Comportement ?

ANALYSE DE SENSIBILITÉ LOCALE

- **Comportement** de \mathcal{M} lors de perturbations **autour d'une valeur fixée** des entrées
- **OAT** (One-Factor-At-A-Time) = la plus utilisée
- Nearing *et al.* 1990, De Roo *et al.* 1996

ANALYSE DE SENSIBILITÉ



Analyse de sensibilité
Comportement ?

ANALYSE DE SENSIBILITÉ LOCALE

- **Comportement** de \mathcal{M} lors de perturbations **autour d'une valeur fixée** des entrées
- **OAT** (One-Factor-At-A-Time) = la plus utilisée
- Nearing *et al.* 1990, De Roo *et al.* 1996

ANALYSE DE SENSIBILITÉ GLOBALE

- Part de la **variabilité** de \mathcal{M} due à un sous-ensemble d'entrées
- **Hiérarchisation** au sein des **paramètres et leurs interactions**
- Peu utilisée en hydrologie (thèses de S. Gumiere 2009 et de E. Laloy 2010)

Plan

- 1 INTRODUCTION
- 2 **MÉTHODOLOGIE : OUTILS PROBABILISTES**
 - Modèle probabiliste
 - Analyse de sensibilité globale
 - Échantillonnage par Monte Carlo
 - Développement en Polynômes de Chaos
- 3 CADRE D'APPLICATION
- 4 APPLICATION À LA MODÉLISATION DE L'ÉROSION
- 5 CONCLUSION & PERSPECTIVES

MODÈLE PROBABILISTE

$$\mathcal{M}(\underbrace{\mathbf{X}}_{\text{incertitudes}}) = Y \quad \Rightarrow \quad \text{quel impact sur } Y ?$$

CADRE PROBABILISTE

- Paramétrisation par un **nombre fini de variables aléatoires réelles** $\mathbf{X} = (X_1, \dots, X_N)$
- X_i supposées **indépendantes**
- X_i de **densité de probabilité connue**

$$f_{\mathbf{X}}(x_1, \dots, x_N) = \prod_{i=1}^N f_{X_i}(x_i), \quad \text{où } f_{X_i} \text{ sont connues.}$$

EXEMPLES DE DENSITÉS DE PROBABILITÉ f_{X_i}

- **Peu d'informations** disponibles :
 - Intervalle des valeurs \leq un ordre de grandeur \Rightarrow choix = **uniforme**
 - intervalle des valeurs $>$ un ordre de grandeur \Rightarrow choix = **log-uniforme**
 - Littérature : **log-normale** souvent utilisée (positivité)

MODÈLE PROBABILISTE

$$\mathcal{M}(\underbrace{\mathbf{X}}_{\text{incertitudes}}) = Y \quad \Rightarrow \quad \text{quel impact sur } Y ?$$

CADRE PROBABILISTE

- Paramétrisation par un **nombre fini de variables aléatoires réelles** $\mathbf{X} = (X_1, \dots, X_N)$
- X_i supposées **indépendantes**
- X_i de **densité de probabilité connue**

$$f_{\mathbf{X}}(x_1, \dots, x_N) = \prod_{i=1}^N f_{X_i}(x_i), \quad \text{où } f_{X_i} \text{ sont connues.}$$

EXEMPLES DE DENSITÉS DE PROBABILITÉ f_{X_i}

- **Peu d'informations** disponibles :
 - Intervalle des valeurs \leq un ordre de grandeur \Rightarrow choix = **uniforme**
 - intervalle des valeurs $>$ un ordre de grandeur \Rightarrow choix = **log-uniforme**
 - Littérature : **log-normale** souvent utilisée (positivité)

ANALYSE DE SENSIBILITÉ GLOBALE

ANALYSE DE LA VARIANCE ANOVA (ANALYSIS OF VARIANCE)

Décomposition hiérarchique de Sobol–Hoeffding :

Variance de Y comme la **somme des contributions** de chaque X_i ou de ses combinaisons

$$\sum_{i=1}^N S_i + \sum_{1 \leq i < j \leq N} S_{ij} + \dots + S_{1\dots N} = 1$$

- Indice de sensibilité du 1^{er} ordre = **effet** du paramètre X_i pris **individuellement**

$$S_i = \frac{V[E(Y|X_i)]}{V[Y]} = \frac{V_i}{V}$$

S_i est grand $\Rightarrow X_i$ est influent

- Indice de sensibilité total T_i = **effet total** du paramètre X_i (Homma et Saltelli 1995)

$$T_i = S_i + \sum_{j \neq i} S_{ij} + \dots + S_{1\dots i\dots N} = 1 - \frac{V[E(Y|X_{\sim i})]}{V[Y]} = 1 - \frac{V_{\sim i}}{V}$$

T_i est petit $\Rightarrow X_i$ n'est pas influent

ANALYSE DE SENSIBILITÉ GLOBALE

ANALYSE DE LA VARIANCE ANOVA (ANALYSIS OF VARIANCE)

Décomposition hiérarchique de Sobol–Hoeffding :

Variance de Y comme la **somme des contributions** de chaque X_i ou de ses combinaisons

$$\sum_{i=1}^N S_i + \sum_{1 \leq i < j \leq N} S_{ij} + \dots + S_{1\dots N} = 1$$

- Indice de sensibilité du 1^{er} ordre = **effet** du paramètre X_i pris **individuellement**

$$S_i = \frac{V[E(Y|X_i)]}{V[Y]} = \frac{V_i}{V}$$

S_i est grand $\Rightarrow X_i$ est influent

- Indice de sensibilité total T_i = **effet total** du paramètre X_i (Homma et Saltelli 1995)

$$T_i = S_i + \sum_{j \neq i} S_{ij} + \dots + S_{1\dots i\dots N} = 1 - \frac{V[E(Y|X_{\sim i})]}{V[Y]} = 1 - \frac{V_{\sim i}}{V}$$

T_i est petit $\Rightarrow X_i$ n'est pas influent

ANALYSE DE SENSIBILITÉ GLOBALE

ANALYSE DE LA VARIANCE ANOVA (ANALYSIS OF VARIANCE)

Décomposition hiérarchique de Sobol–Hoeffding :

Variance de Y comme la **somme des contributions** de chaque X_i ou de ses combinaisons

$$\sum_{i=1}^N S_i + \sum_{1 \leq i < j \leq N} S_{ij} + \dots + S_{1\dots N} = 1$$

- Indice de sensibilité du 1^{er} ordre = **effet** du paramètre X_i pris **individuellement**

$$S_i = \frac{V[E(Y|X_i)]}{V[Y]} = \frac{V_i}{V}$$

S_i est grand $\Rightarrow X_i$ est influent

- Indice de sensibilité total $T_i =$ **effet total** du paramètre X_i (Homma et Saltelli 1995)

$$T_i = S_i + \sum_{j \neq i} S_{ij} + \dots + S_{1\dots i\dots N} = 1 - \frac{V[E(Y|X_{\sim i})]}{V[Y]} = 1 - \frac{V_{\sim i}}{V}$$

T_i est petit $\Rightarrow X_i$ n'est pas influent

ÉCHANTILLONNAGE PAR MONTE CARLO

$$\left\{ \mathbf{X}^{(1)}, \dots, \mathbf{X}^{(M_{MC})} \right\} \underbrace{\Rightarrow}_{\mathcal{M}} \left\{ Y^{(1)}, \dots, Y^{(M_{MC})} \right\}$$

ESTIMATION DES INDICES DU 1^{ER} ORDRE S_i (SOBOL 1993)

$$S_i = \frac{V_i}{V(Y)} = \frac{E[E[Y|X_i]^2] - E[Y]^2}{V(Y)}$$

$\mathcal{X}^{(M_{MC})}$, $\mathcal{X}^{*(M_{MC})}$ indépendants, $\widehat{V}_i := \frac{1}{M_{MC}} \sum_{m=1}^{M_{MC}} Y(\mathbf{X}_i^{(m)}, \mathbf{X}_{\sim i}^{(m)}) \times Y(\mathbf{X}_i^{(m)}, \mathbf{X}_{\sim i}^{*(m)}) - \widehat{E}[Y]^2$

$$\mathcal{X}^{(M_{MC})} = \begin{bmatrix} x_1^{(1)} & \dots & x_i^{(1)} & \dots & x_N^{(1)} \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ x_1^{(m)} & \dots & x_i^{(m)} & \dots & x_N^{(m)} \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ x_1^{(M_{MC})} & \dots & x_i^{(M_{MC})} & \dots & x_N^{(M_{MC})} \end{bmatrix} \quad \mathcal{X}^{*(M_{MC})} = \begin{bmatrix} x_1^{*(1)} & \dots & x_i^{*(1)} & \dots & x_N^{*(1)} \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ x_1^{*(m)} & \dots & x_i^{*(m)} & \dots & x_N^{*(m)} \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ x_1^{*(M_{MC})} & \dots & x_i^{*(M_{MC})} & \dots & x_N^{*(M_{MC})} \end{bmatrix}$$

ÉCHANTILLONNAGE PAR MONTE CARLO

$$\left\{ \mathbf{X}^{(1)}, \dots, \mathbf{X}^{(M_{MC})} \right\} \underbrace{\Rightarrow}_{\mathcal{M}} \left\{ Y^{(1)}, \dots, Y^{(M_{MC})} \right\}$$

ESTIMATION DES INDICES DU 1^{ER} ORDRE S_i (SOBOL 1993)

$$S_i = \frac{V_i}{V(Y)} = \frac{E[E[Y|X_i]^2] - E[Y]^2}{V(Y)}$$

$\mathbf{X}^{(M_{MC})}$, $\mathbf{X}^{*(M_{MC})}$ indépendants, $\hat{V}_i := \frac{1}{M_{MC}} \sum_{m=1}^{M_{MC}} Y(\mathbf{X}_i^{(m)}, \mathbf{X}_{\sim i}^{(m)}) \times Y(\mathbf{X}_i^{(m)}, \mathbf{X}_{\sim i}^{*(m)}) - \widehat{E[Y]}^2$

requiert $(N + 1) \times M_{MC}$ évaluations du modèle

ÉCHANTILLONNAGE PAR MONTE CARLO

$$\left\{ \mathbf{X}^{(1)}, \dots, \mathbf{X}^{(M_{MC})} \right\} \underbrace{\Rightarrow}_{\mathcal{M}} \left\{ Y^{(1)}, \dots, Y^{(M_{MC})} \right\}$$

ESTIMATION DES INDICES DU 1^{ER} ORDRE S_i (SOBOL 1993)

$$S_i = \frac{V_i}{V(Y)} = \frac{E[E[Y|X_i]^2] - E[Y]^2}{V(Y)}$$

$\mathbf{X}^{(M_{MC})}$, $\mathbf{X}^{*(M_{MC})}$ indépendants, $\widehat{V}_i := \frac{1}{M_{MC}} \sum_{m=1}^{M_{MC}} Y(\mathbf{X}_i^{(m)}, \mathbf{X}_{\sim i}^{(m)}) \times Y(\mathbf{X}_i^{(m)}, \mathbf{X}_{\sim i}^{*(m)}) - \widehat{E}[Y]^2$

requiert $(N + 1) \times M_{MC}$ évaluations du modèleESTIMATION DES INDICES TOTAUX T_i

$$T_i = 1 - \frac{V_{\sim i}}{V(Y)}, \quad \widehat{V}_{\sim i} := \frac{1}{M_{MC}} \sum_{m=1}^{M_{MC}} Y(\mathbf{X}_i^{(m)}, \mathbf{X}_{\sim i}^{(m)}) \times Y(\mathbf{X}_i^{*(m)}, \mathbf{X}_{\sim i}^{(m)}) - \widehat{E}[Y]^2$$

ÉCHANTILLONNAGE PAR MONTE CARLO

$$\left\{ \mathbf{X}^{(1)}, \dots, \mathbf{X}^{(M_{MC})} \right\} \underbrace{\Rightarrow}_{\mathcal{M}} \left\{ Y^{(1)}, \dots, Y^{(M_{MC})} \right\}$$

ESTIMATION DES INDICES DU 1^{ER} ORDRE S_i (SOBOL 1993)

$$S_i = \frac{V_i}{V(Y)} = \frac{E[E[Y|X_i]^2] - E[Y]^2}{V(Y)}$$

$\mathbf{X}^{(M_{MC})}$, $\mathbf{X}^{*(M_{MC})}$ indépendants, $\widehat{V}_i := \frac{1}{M_{MC}} \sum_{m=1}^{M_{MC}} Y(\mathbf{X}_i^{(m)}, \mathbf{X}_{\sim i}^{(m)}) \times Y(\mathbf{X}_i^{(m)}, \mathbf{X}_{\sim i}^{*(m)}) - \widehat{E}[Y]^2$

requiert $(N + 1) \times M_{MC}$ évaluations du modèleESTIMATION DES INDICES TOTAUX T_i

$$T_i = 1 - \frac{V_{\sim i}}{V(Y)}, \quad \widehat{V}_{\sim i} := \frac{1}{M_{MC}} \sum_{m=1}^{M_{MC}} Y(\mathbf{X}_i^{(m)}, \mathbf{X}_{\sim i}^{(m)}) \times Y(\mathbf{X}_i^{*(m)}, \mathbf{X}_{\sim i}^{(m)}) - \widehat{E}[Y]^2$$

requiert $N \times M_{MC}$ évaluations additionnelles du modèle

DÉVELOPPEMENT EN POLYNÔMES DE CHAOS

PRINCIPE DU DÉVELOPPEMENT EN POLYNÔMES DE CHAOS (PC)

- Théorie du Chaos Homogène (Wiener 1938 et Cameron & Martin 1947)
- Projection des sorties Y sur une base de polynômes orthogonaux en \mathbf{X}_i

$$Y(\mathbf{X}) \approx Y^P(\mathbf{X}) = \sum_{|\alpha| \leq N_0} y_\alpha \Phi_\alpha(\mathbf{X})$$

où N_0 ordre de troncature et $P = \frac{(N+N_0)!}{N!N_0!}$ nombre de termes de la série

- Modes stochastiques y_α estimés par la méthode des Moindres Carrés

$$R^2(\mathbf{Y}^P) \equiv \sum_{j=1}^{M_{MC}} \left(Y^{(j)} - \sum_{|\alpha| \leq N_0} y_\alpha \Phi_\alpha(\mathbf{X}^{(j)}) \right)^2$$

DÉVELOPPEMENT EN POLYNÔMES DE CHAOS

ESTIMATION DES INDICES DE SENSIBILITÉ

$$V(Y^P) = \sum_{1 \leq |\alpha| \leq N_0} (y_\alpha)^2 \langle \Phi_\alpha^2 \rangle, \quad S_i^P = \frac{\sum_{\alpha \in K_i} (y_\alpha)^2 \langle \Phi_\alpha^2 \rangle}{V(Y^P)}, \quad T_i^P = \frac{\sum_{\alpha \in K_{T_i}} (y_\alpha)^2 \langle \Phi_\alpha^2 \rangle}{V(Y^P)}$$

où

$$K_i := \{\alpha_i \geq 1 \text{ et } \alpha_l = 0 \text{ si } l \neq i\}, \quad K_{T_i} := \{\alpha_i \geq 1\}$$

AVANTAGE 1 = EFFICACITÉ NUMÉRIQUE

- Convergence rapide en $M_{PC} \ll M_{MC}$
- Pour N paramètres
1-échantillon contre **(2N + 1)** échantillons

AVANTAGE 2 = EXPLOITATION DES SURFACES DE RÉPONSE $\mathbf{X} \mapsto Y^P(\mathbf{X})$

- **Rééchantillonner** sans simulation supplémentaire
- **Modifier les distributions** des entrées

Plan

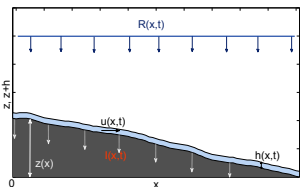
- 1 INTRODUCTION
- 2 MÉTHODOLOGIE : OUTILS PROBABILISTES
- 3 CADRE D'APPLICATION
 - Modèle d'érosion
 - Résolution numérique
- 4 APPLICATION À LA MODÉLISATION DE L'ÉROSION
- 5 CONCLUSION & PERSPECTIVES

MODÈLE D'ÉROSION

ÉCOULEMENTS DE SURFACE : ÉQUATIONS DE SAINT-VENANT

$$\partial_t h + \partial_x(hu) = R - I$$

$$\partial_t(hu) + \partial_x\left(hu^2 + \frac{g}{2}h^2\right) = gh(S_0 - S_f)$$

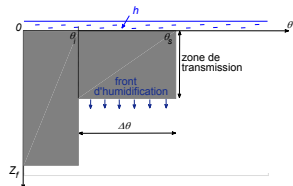


- h [L] hauteur d'eau
- u [L/T] vitesse locale
- R [L/T] taux de pluie
- I [L/T] taux d'infiltration
- S_0 [L/L] gradient de pente
- S_f [L/L] terme de friction

INFILTRATION : MODÈLE DE GREEN-AMPT (MEIN & LARSON 1973)

$$I(x, t) = \min(R + h(x, t)/\Delta t, I_c(x, t))$$

$$I_c(t) = K_s \left(1 + \Delta\theta \frac{h_f + h(t)}{I^*(t)}\right)$$

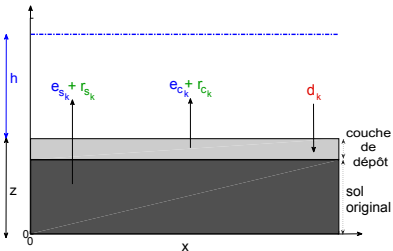


- $I_c(x, t)$ [L/T] capacité d'infiltration
- $I^*(x, t)$ [L] infiltration cumulée
- K_s [L/T] conductivité hydraulique à saturation

MODÈLE D'ÉROSION

ÉROSION : MODÈLE DE HAIRSINE-ROSE

- **Détachement par la pluie** + **détachement par le ruissellement** + **dépôt**
- Formation d'une couche de dépôt à la surface du sol
- K classes de tailles de sédiments



équation de transport de sédiment

$$\partial_t(c_k h) + \partial_x(c_k h u) = e_{s_k} + e_{c_k} + r_{s_k} + r_{c_k} - d_k$$

$$\partial_t m_k = d_k - e_{c_k} - r_{c_k}$$

évolution de la masse déposée

$$\partial_t z = \frac{\sum_{k=1}^K (d_k - e_{s_k} - r_{s_k} - e_{c_k} - r_{c_k})}{\rho_s (1 - \Phi)}$$

évolution de la topographie

- C_k [M/L³] concentration en sédiments
- m_k [M/L²] masse des sédiments déposés
- ρ_s [M/L³] densité des sédiments
- Φ porosité du sol

RÉSOLUTION NUMÉRIQUE

CALCUL DES 5 TERMES SOURCES

- **(10 + 2K) paramètres d'entrée** ± connus et définis physiquement

RÉSOLUTION NUMÉRIQUE

CALCUL DES 5 TERMES SOURCES

- **(10 + 2K) paramètres d'entrée** ± connus et définis physiquement

SOLVEUR NUMÉRIQUE DU MODÈLE ÉCOULEMENT/INFILTRATION/ÉROSION (THÈSE DE MINH LE 2012)

- Résolution volumes finis
- Schéma “well-balanced”
 - Saint-Venant (avec Green–Ampt)
 - **K équations de transport**
- Mise à jour de la topographie

RÉSOLUTION NUMÉRIQUE

CALCUL DES 5 TERMES SOURCES

- **(10 + 2K) paramètres d'entrée** ± connus et définis physiquement

SOLVEUR NUMÉRIQUE DU MODÈLE ÉCOULEMENT/INFILTRATION/ÉROSION (THÈSE DE MINH LE 2012)

- Résolution volumes finis
- Schéma "well-balanced"
 - Saint-Venant (avec Green-Ampt)
 - **K équations de transport**
- Mise à jour de la topographie

EXEMPLES DE TEMPS DE CALCUL

Nb mailles	Durée simulée (s)	Temps calcul (s)
80	300	5
125	300	14
31 × 101	300	340

Plan

1 INTRODUCTION

2 MÉTHODOLOGIE : OUTILS PROBABILISTES

3 CADRE D'APPLICATION

4 APPLICATION À LA MODÉLISATION DE L'ÉROSION

- Étude paramétrique du modèle HR
- Étude d'un cas test unidimensionnel
- Étude d'un cas test bidimensionnel (8 paramètres incertains)

5 CONCLUSION & PERSPECTIVES

ÉTUDE PARAMÉTRIQUE DU MODÈLE HR

PROPOSITION D'UNE CLASSIFICATION DES PARAMÈTRES

- ① **Paramètres à mesure directe** : g , ρ_s , ρ_w , Φ et Ω
- ② **Paramètres à mesure indirecte** :
 - a et a_d (détachabilités resp. du sol et de la couche de dépôt)
 - Ω_{cr} (stream power critique)
 - ν (vitesse de chute)
 - d_{s_k} , $1 \leq k \leq K$ (diamètre de grain)
- ③ **Paramètres de calage** :
 - m_t^* (masse de sédiments déposés requis pour la protection totale du sol)
 - J (énergie dépensée pour l'entraînement)
 - F (fraction de l'excès du stream power effectif)

ÉTUDE BIBLIOGRAPHIQUE DES “PRINCIPAUX PARAMÈTRES” (2. ET 3.)

- Quantification des plages de valeurs
- Dépendance(s) entre les paramètre(s)

ÉTUDE PARAMÉTRIQUE DU MODÈLE HR

RÉSULTATS DE L'ÉTUDE BIBLIOGRAPHIQUE

- Paramètres principaux dépendent des **caractéristiques du domaine** et de l'**écoulement**
- Dépendances non établies mais **caractère multifactoriel**
- **Difficultés** pour estimer ou évaluer les paramètres

ÉTUDE PARAMÉTRIQUE DU MODÈLE HR

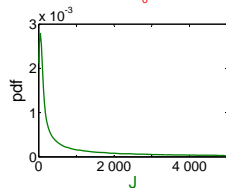
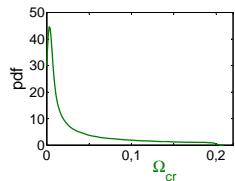
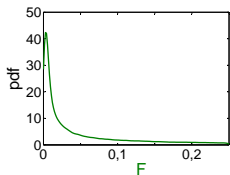
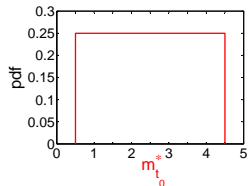
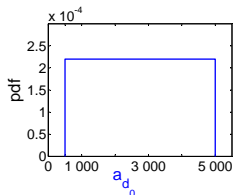
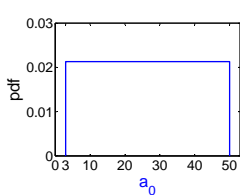
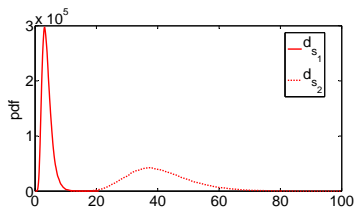
RÉSULTATS DE L'ÉTUDE BIBLIOGRAPHIQUE

- Paramètres principaux dépendent des **caractéristiques du domaine** et de l'**écoulement**
- Dépendances non établies mais **caractère multifactoriel**
- **Difficultés** pour estimer ou évaluer les paramètres

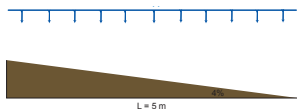
MODÉLISATION PROBABILISTE

- Sol limoneux, 2 classes de sédiments ($K = 2$)
- Paramètres constants en espace
- Cas test unidimensionnel
 - Détachement par la **pluie** uniquement
 - 5 paramètres incertains a_0 , a_{d_0} , $m_{t_0}^*$, d_{s_1} et d_{s_2}
 - Détachement par la **pluie** et par le **ruissellement** (modèle HR complet)
 - 8 paramètres incertains : a_0 , a_{d_0} , $m_{t_0}^*$, Ω_{cr} , F , J , d_{s_1} et d_{s_2}
- Cas test bidimensionnel
 - Détachement par la **pluie** et par le **ruissellement** (modèle HR complet)
 - 8 paramètres incertains : a_0 , a_{d_0} , $m_{t_0}^*$, Ω_{cr} , F , J , d_{s_1} et d_{s_2}

ÉTUDE PARAMÉTRIQUE DU MODÈLE HR

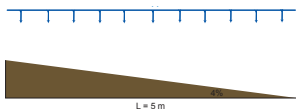


ÉTUDE D'UN CAS TEST UNIDIMENSIONNEL

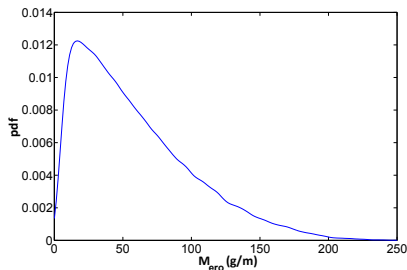
- Détachement par la pluie (5 paramètres incertains)

- Paramètres physiques : $L = 5$ m, $R = 60$ mm/h, $T = 4$ min, $\Delta z = 4\%$
- Paramètres numériques : $\Delta x = 0.0625$ m, $\Delta t \approx 0.025$ s

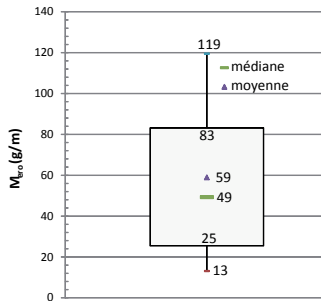
ÉTUDE D'UN CAS TEST UNIDIMENSIONNEL

- Détachement par la pluie (5 paramètres incertains)

- Paramètres physiques : $L = 5$ m, $R = 60$ mm/h, $T = 4$ min, $\Delta z = 4\%$
- Paramètres numériques : $\Delta x = 0.0625$ m, $\Delta t \approx 0.025$ s



Pdf de la masse érodée totale

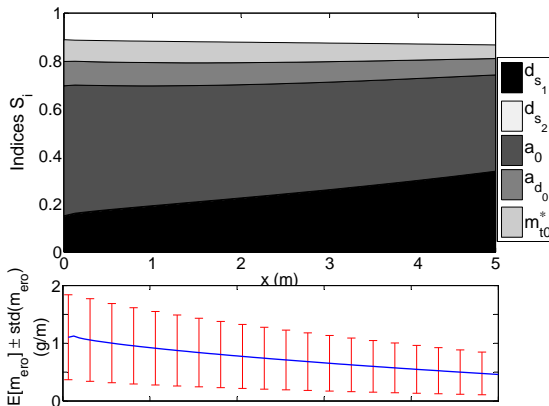


Boxplot de la masse érodée totale

ÉTUDE D'UN CAS TEST UNIDIMENSIONNEL

- Détachement par la pluie (5 paramètres incertains)

MASSE ÉRODÉE SPATIALISÉE

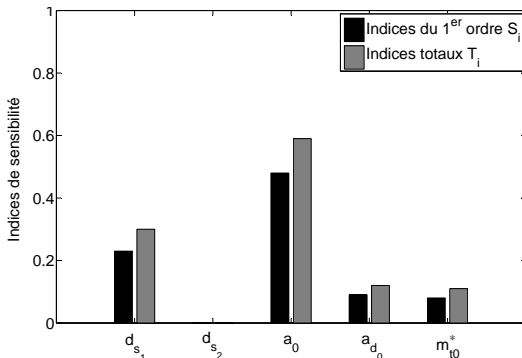


- Dépendance spatiale : faible pour S_i mais importante pour E et V
- Prédominance de a_0 et d_{s1}

ÉTUDE D'UN CAS TEST UNIDIMENSIONNEL

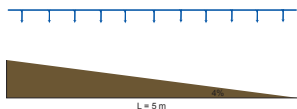
- Détachement par la pluie (5 paramètres incertains)

MASSE ÉRODÉE TOTALE



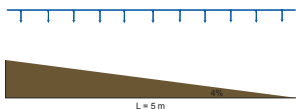
- Interactions paramétriques \propto aux influences individuelles
- Prédominance de a_0 et d_{s_1}

ÉTUDE D'UN CAS TEST UNIDIMENSIONNEL

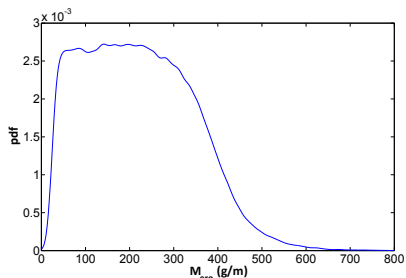
- Modèle HR complet (8 paramètres incertains)

- Paramètres physiques : $L = 5 \text{ m}$, $R = 100 \text{ mm/h}$,
 $T = 4 \text{ min}$, $\Delta z = 4\%$
- Paramètres numériques : $\Delta x = 0.0625 \text{ m}$,
 $\Delta t \approx 0.025 \text{ s}$

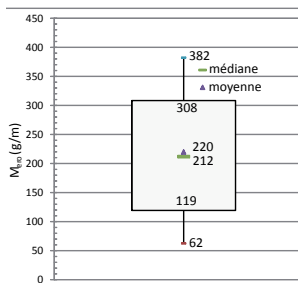
ÉTUDE D'UN CAS TEST UNIDIMENSIONNEL

- Modèle HR complet (8 paramètres incertains)

- Paramètres physiques : $L = 5\text{ m}$, $R = 100\text{ mm/h}$, $T = 4\text{ min}$, $\Delta z = 4\%$
- Paramètres numériques : $\Delta x = 0.0625\text{ m}$, $\Delta t \approx 0.025\text{ s}$



Pdf de la masse érodée totale



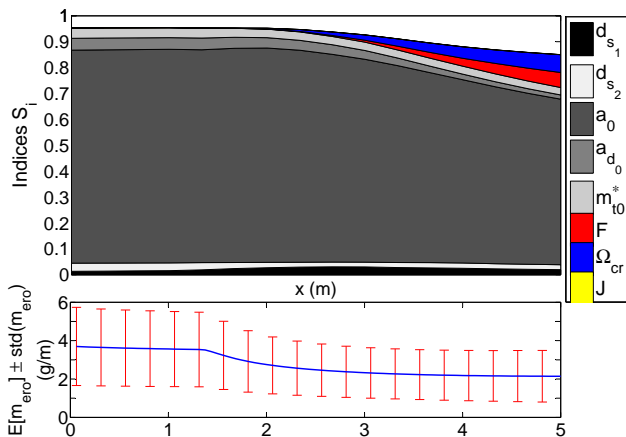
Boxplot de la masse érodée totale

- **Distribution quasi uniforme de la masse érodée**

ÉTUDE D'UN CAS TEST UNIDIMENSIONNEL

- Modèle HR complet (8 paramètres incertains)

MASSE ÉRODÉE SPATIALISÉE

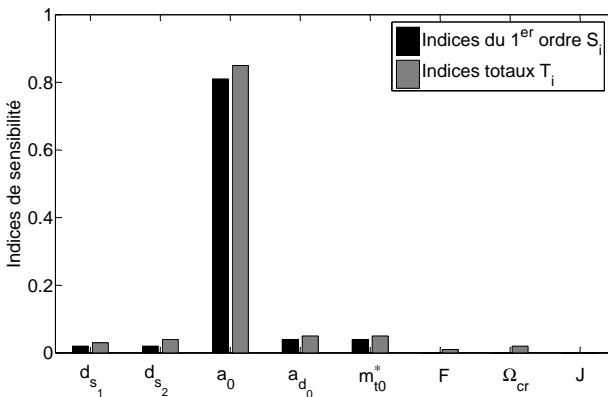


- Impact des gouttes de pluie : source majoritaire de détachement

ÉTUDE D'UN CAS TEST UNIDIMENSIONNEL

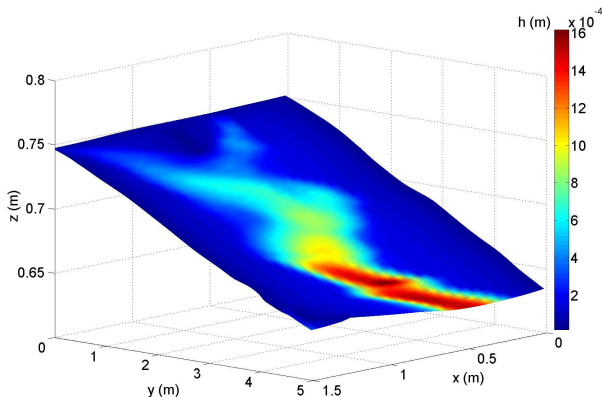
- Modèle HR complet (8 paramètres incertains)

MASSE ÉRODÉE TOTALE



- Influence **prédominante** de a_0
- **Faibles interactions** paramétriques

ÉTUDE D'UN CAS TEST BIDIMENSIONNEL (8 PARAMÈTRES INCERTAINS)

- Domaine bidimensionnel avec microtopographies

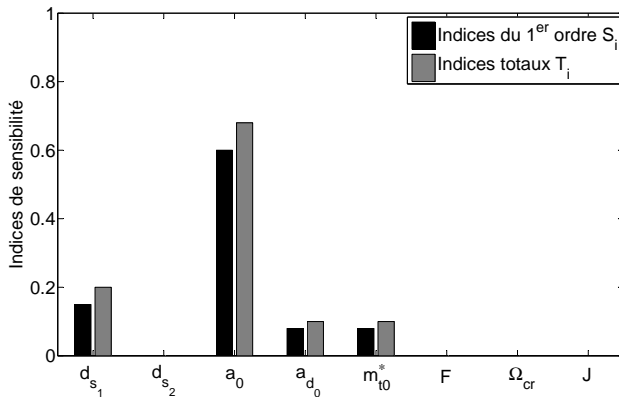
● Paramètres physiques

- $1.5 \text{ m} \times 5 \text{ m}$
- $R = 100 \text{ mm/h}$
- $T = 4 \text{ min}$
- $\Delta z \approx 2\%$

● Paramètres numériques

- $\Delta x = \Delta y = 0.05 \text{ m}$
- $\Delta t \approx 0.02 \text{ s}$

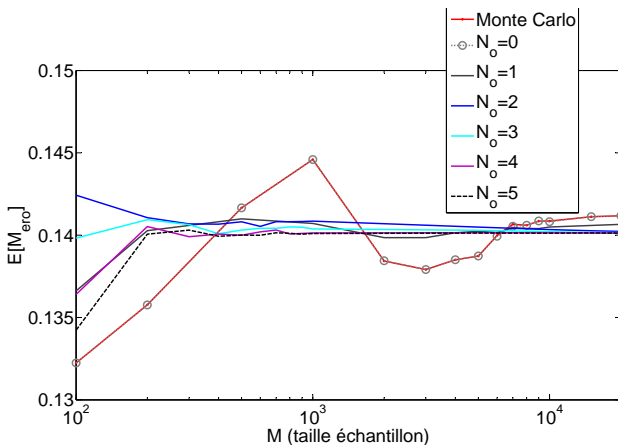
ÉTUDE D'UN CAS TEST BIDIMENSIONNEL (8 PARAMÈTRES INCERTAINS)

- Détachement par la pluie processus majoritaire d'érosion

Comparaison au cas unidimensionnel :

- a_0 **moins influent**
- d_{s_1} **plus influent**

ÉTUDE D'UN CAS TEST BIDIMENSIONNEL (8 PARAMÈTRES INCERTAINS)

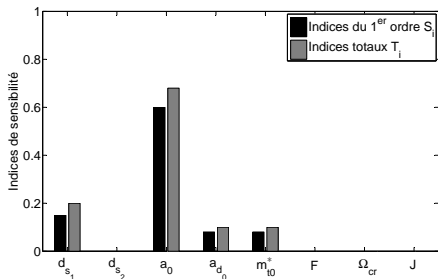
- Développement en Polynômes de Chaos

- Convergence rapide en $M_{PC} \ll M_{MC}$
- Bon comportement même avec ordre de troncature petit N_o

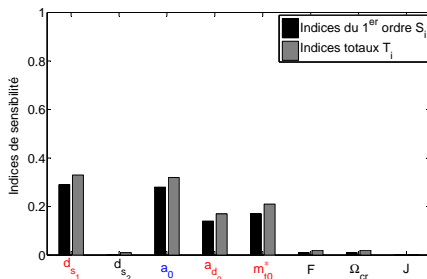
ÉTUDE D'UN CAS TEST BIDIMENSIONNEL (8 PARAMÈTRES INCERTAINS)

- Apports du développement en Polynômes de Chaos

EXPLOITATION D'UNE SURFACE DE RÉPONSE



Distributions initiales

Distribution de a_0 modifiée

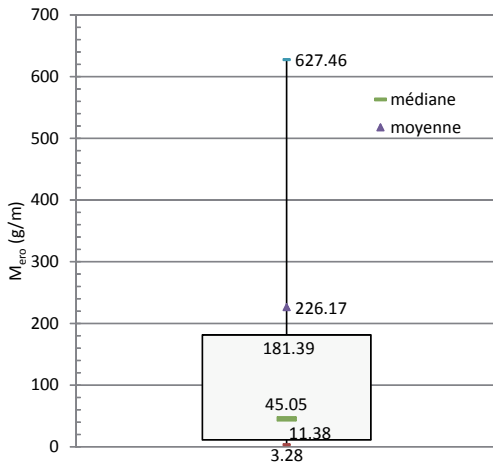
CONCLUSIONS

- Mise en œuvre et validation d'une méthodologie pour la propagation d'incertitudes
- **Amélioration** de la **caractérisation** de la variabilité des sorties
- Méthodologie **applicable à différentes thématiques**
- Apports Hydrologiques
 - **Meilleure compréhension** du modèle de Hairsine et Rose
 - Importance des **paramètres de calage** dans un modèle "à base physique"

PERSPECTIVES

- Robustesse des conclusions face aux lois de distribution (surface de réponse)
- Efficacité encore plus grande (Compressed Sensing, ...)
- Paramétrisation plus riche (spatialisation, conditions aux limites, ...)
- Mise à disposition d'un outil numérique

- Détachement par le ruissellement uniquement



- Détachement par le ruissellement uniquement

