
Rides et Dunes de Sable

Alexandre Valance

Institut de Physique de Rennes (IPR), CNRS UMR 6251

Université de Rennes 1, 35042 Rennes Cedex

Courriel: alexandre.valance@univ-rennes1.fr

Plan

- ❑ Exemples de structures sableuses naturelles
- ❑ Questions fondamentales
- ❑ Modélisation
- ❑ Mécanisme d'instabilité primaire
- ❑ Eolien vs Aquatique, Laminaire vs Turbulent
- ❑ Dynamique non-linéaire: murissement, saturation
- ❑ Dunes transverses, Barkhanes, Rides éoliennes

Sources:

- A. Valance: « Dynamique Fluviale » (Cours M2 Systèmes Complexes, Rennes)
- F. Charru et al. : « Ripples and Sand dunes » (Annual Review of Fluid Mechanics, 2012)

Exemples de structures sableuses

Exemples de structures sableuses

- Rides éoliennes (Désert)



Longueur d'onde: 5-10 cm
Amplitude: 1-2 cm



Exemples de structures sableuses

- Méga-rides (Désert, Mauritanie)



Longueur d'onde: 50-100 cm

Exemples de structures sableuses

- Rides sous-marines (Plages à marée basse)

Longueur d'onde: 5-10 cm
Amplitude: 1-2 cm



Exemples de structures sableuses

- Barkhane

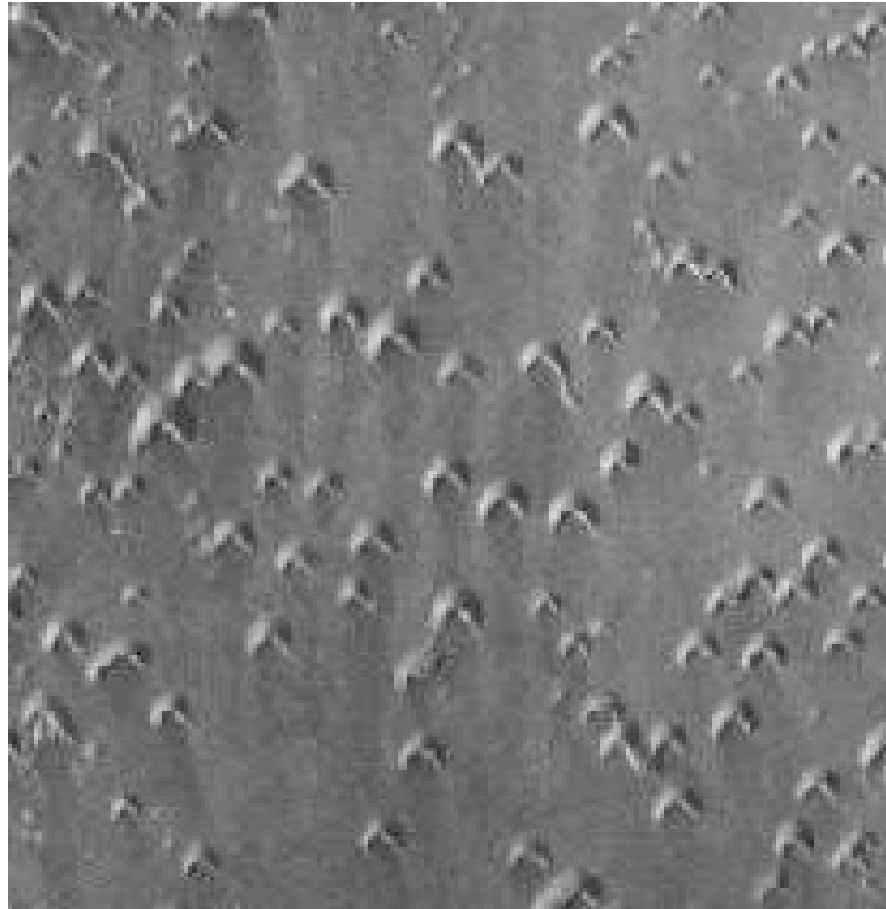
Longueur : 20-500 m

Hauteur: 2-50 m



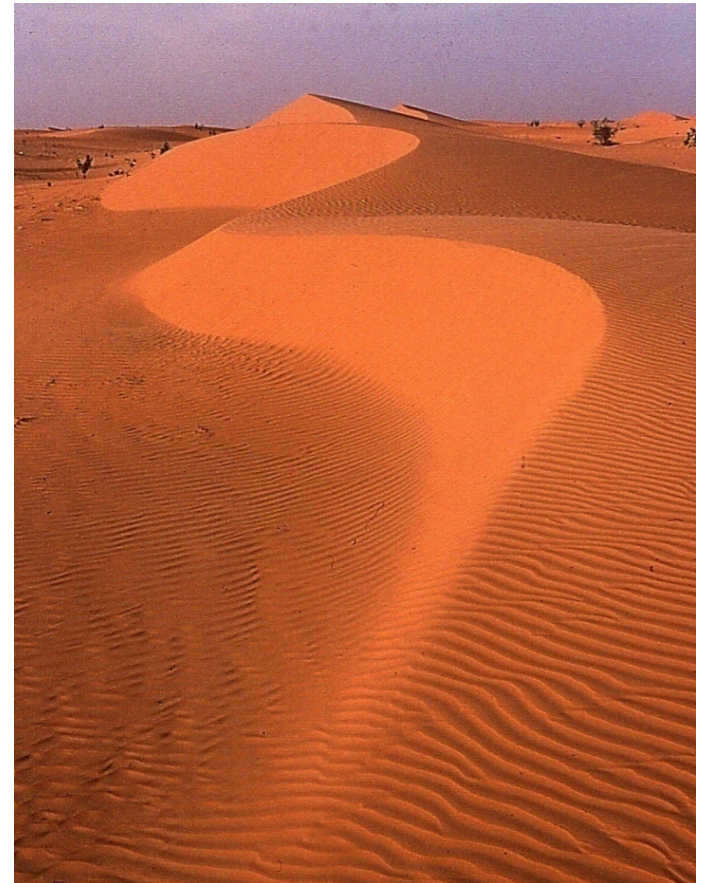
Exemples de structures sableuses

- Champ de barkhanes



Exemples de structures sableuses

- Seif ou Dune « serpent »



Vent bi-directionnel

Exemples de structures sableuses

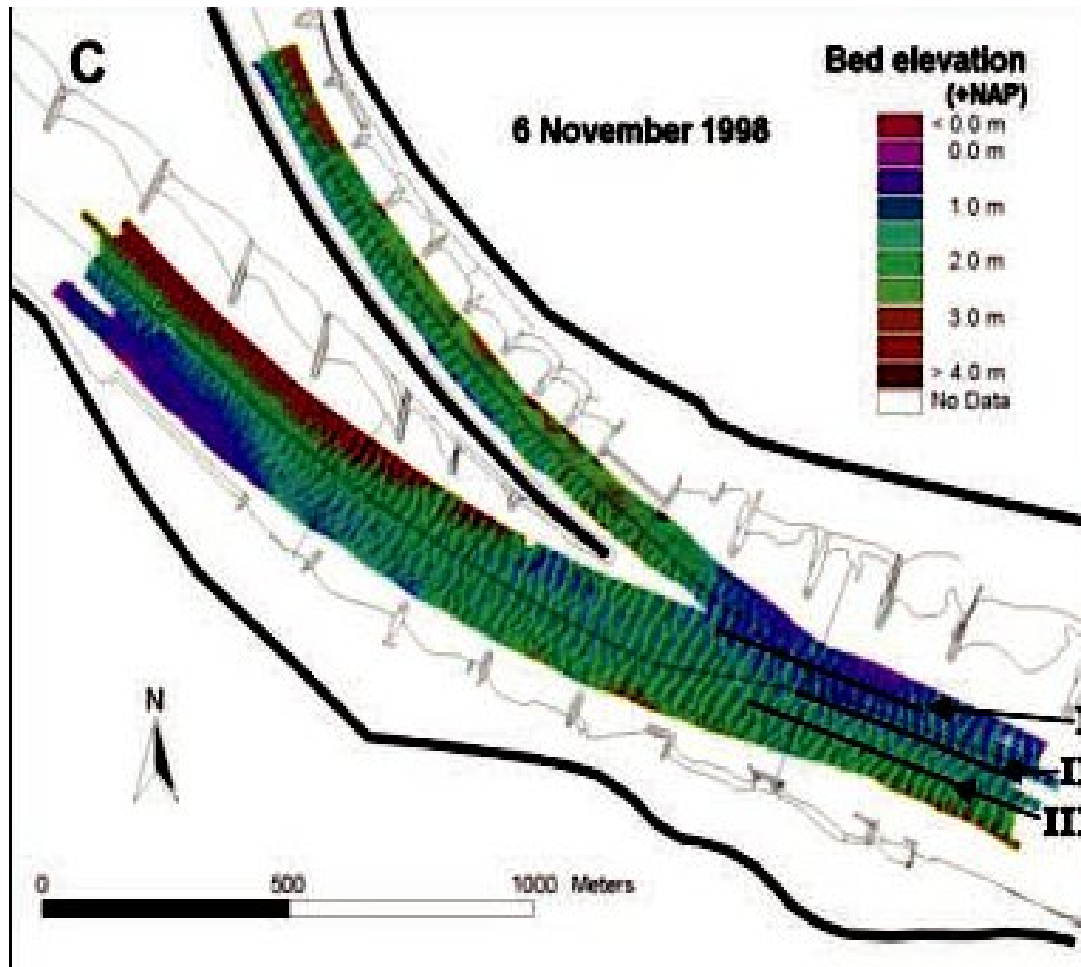
- Dune étoile



Vent multi-directionnel

Exemples de structures sableuses

- Dunes au fond du Rhin (Pays-Bas)



Longueur d'onde : 20 m

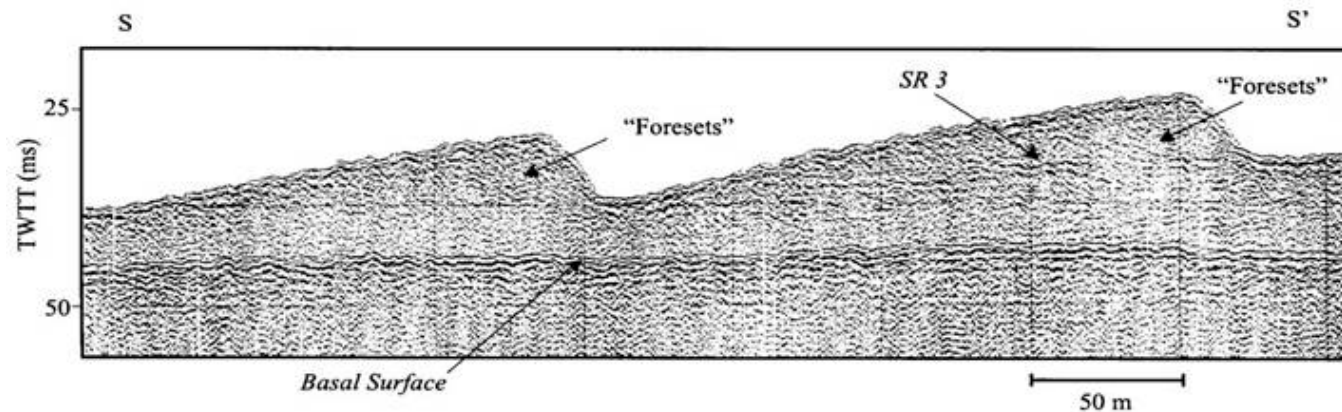
Exemples de structures sableuses

- Bancs de sable alternés (Fleuve, Japon)

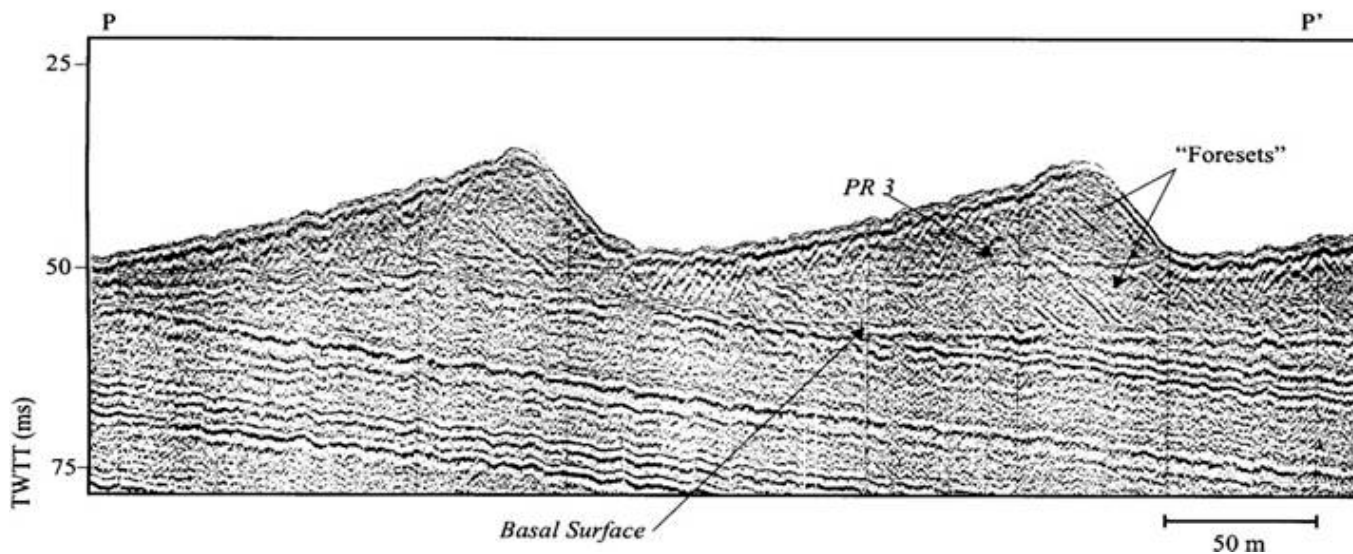


Exemples de structures sableuses

- Dunes au fond de la mer (Manche)

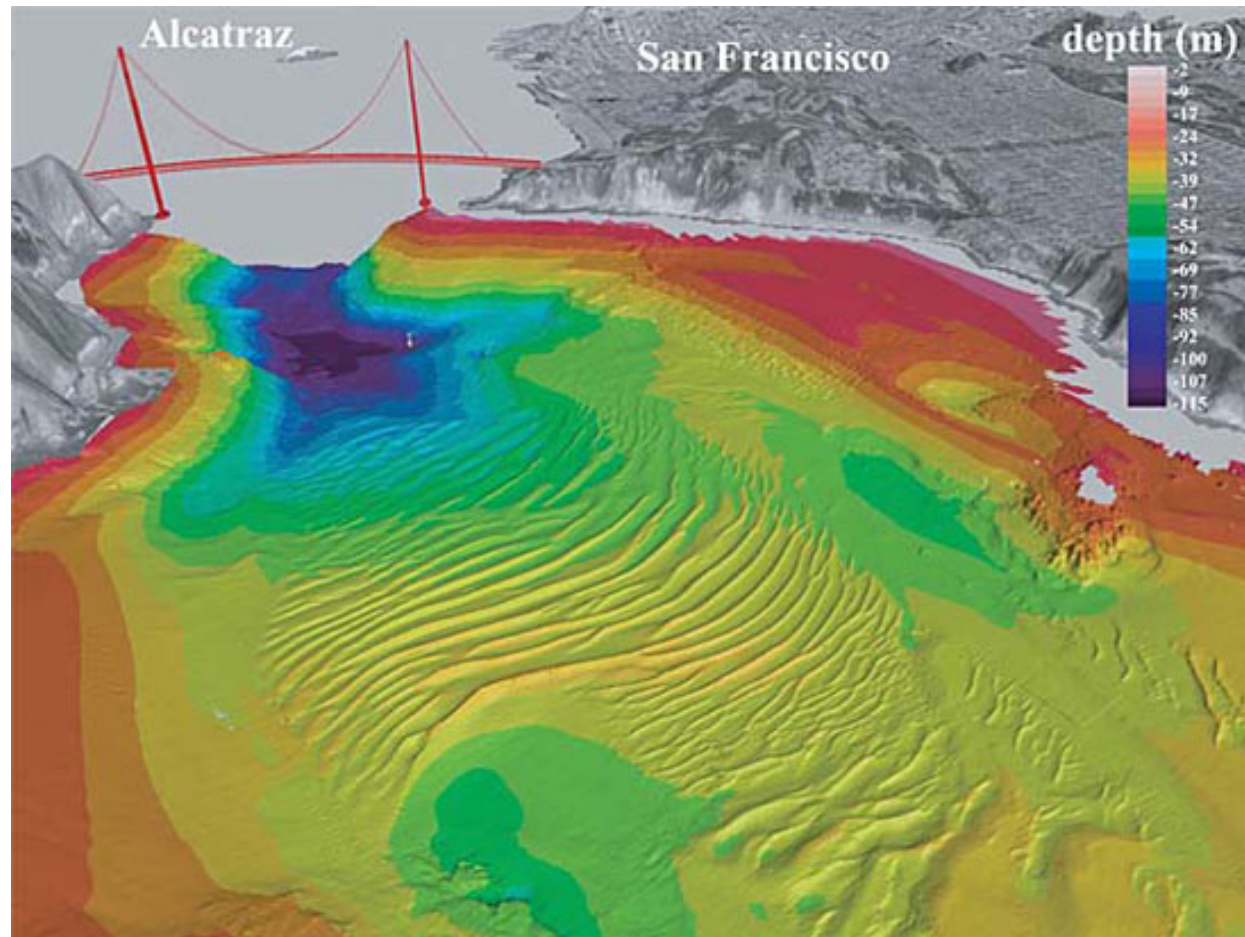


*Longueur d'onde:
100-200 m*



Exemples de structures sableuses

- Dunes au fond de l'océan (San Francisco)

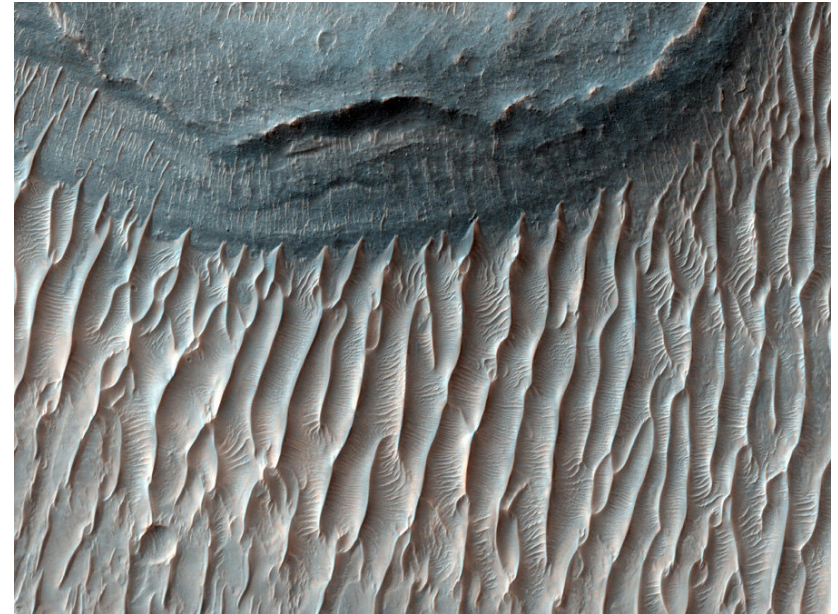


Exemples de structures sableuses

- Dunes sur d'autres planètes



Barkhanes sur Mars



*Dunes longitudinales
sur Mars*

Exemples de structures sableuses

- Instabilité du trait de côte (Mer d'Azov)

*Echelle de longueur:
~100 km*



Risques et Aléas

- En rivière et en mer: problème pour la navigation
- Dans les déserts: problème d'ensablement, voies de communications coupées



Route coupée par une dune (Mauritanie)



Maison ensevelie (Niger)

Enjeux: Fixation des dunes

- Carroyage

Mauritanie



Fleuve Niger



Questions Importantes

Questions du physicien ou géophysicien

- **Qu'est-ce qui détermine la forme des dunes?**

- Symétrie de l'écoulement (unidirectionnel vs multidirectionnel, permanent vs oscillant)

- Disponibilité en sédiments

- **Qu'est-ce qui gouverne l'instabilité primaire responsable de l'apparition des dunes?**

- Dunes éoliennes vs Rides aquatiques

- Laminaire vs Turbulent

- **Qu'est-ce qui fixe la taille des rides et des dunes?**

- Ecoulement permanent vs oscillant

- Rôle de la profondeur de l'écoulement: finie vs infinie

Démarche du physicien ou géophysicien

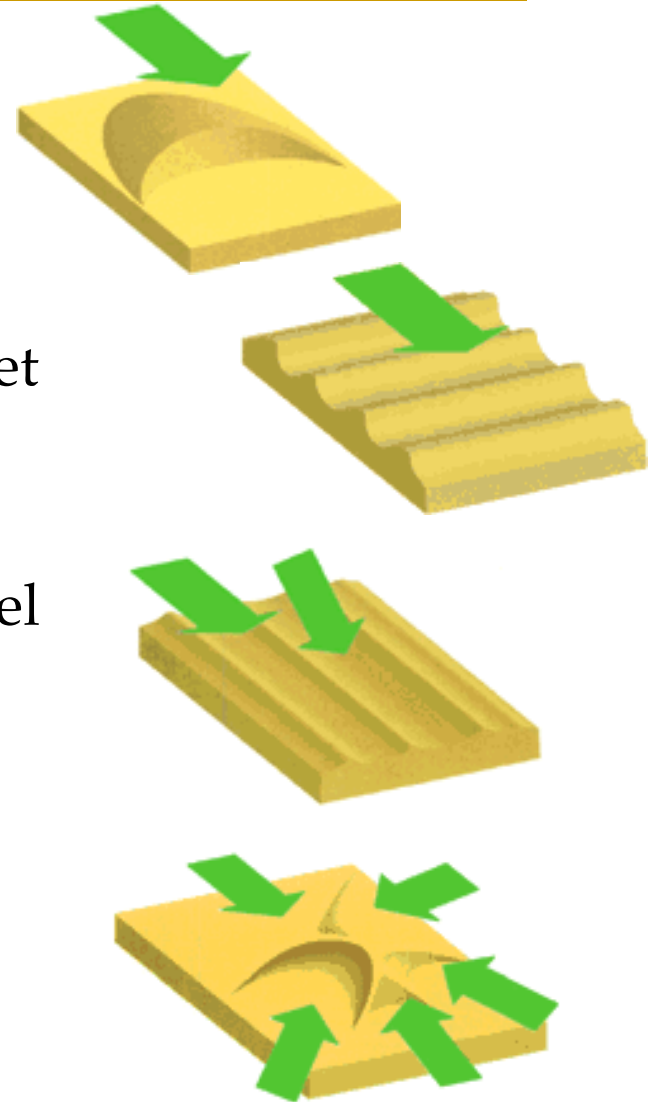
- ❑ Observations et expérimentations sur le terrain
 - *Suivi morpho-dynamique de champ de dunes*
 - *Instrumentation au sol (vent, température, humidité, flux de sable)*

- ❑ Expériences en laboratoire à échelle ou réduite
 - *Etude du transport éolien du sable en soufflerie*
 - *Etude des rides et dunes aquatiques (cellule Couette, chenal hydraulique)*

- ❑ Modélisation et Simulation

Classification des édifices éoliens

- ❑ Barkhane: vent unidirectionnel et source de sable limitée
- ❑ Dunes transverses: vent unidirectionnel et source de sable illimitée
- ❑ Dunes longitudinales: vent bi-directionnel et source de sable illimitée
- ❑ Dunes en étoiles: vent multi-directionnel



Observations de terrain

- ❑ Suivi de la dynamique d'un champ de barkhanes en Mauritanie

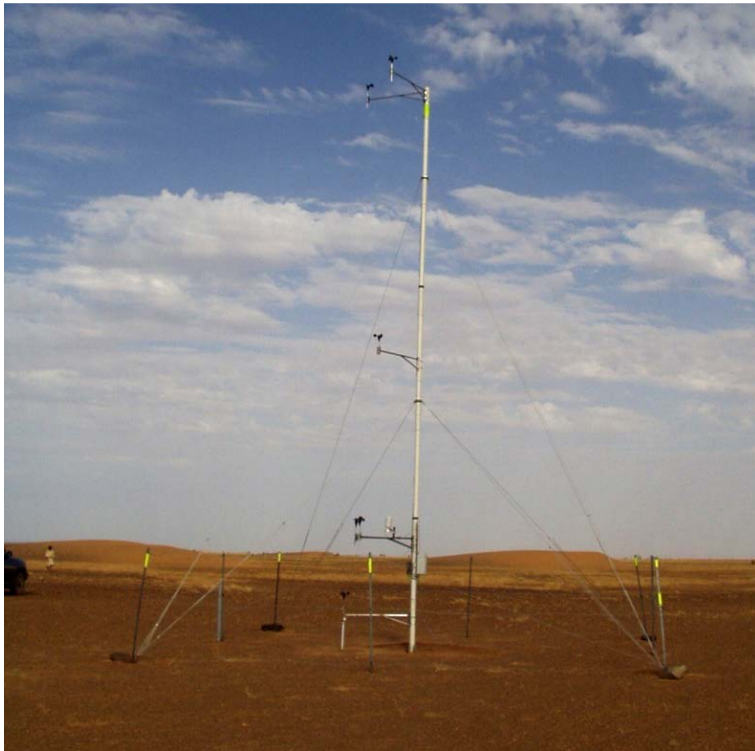


Observations de terrain

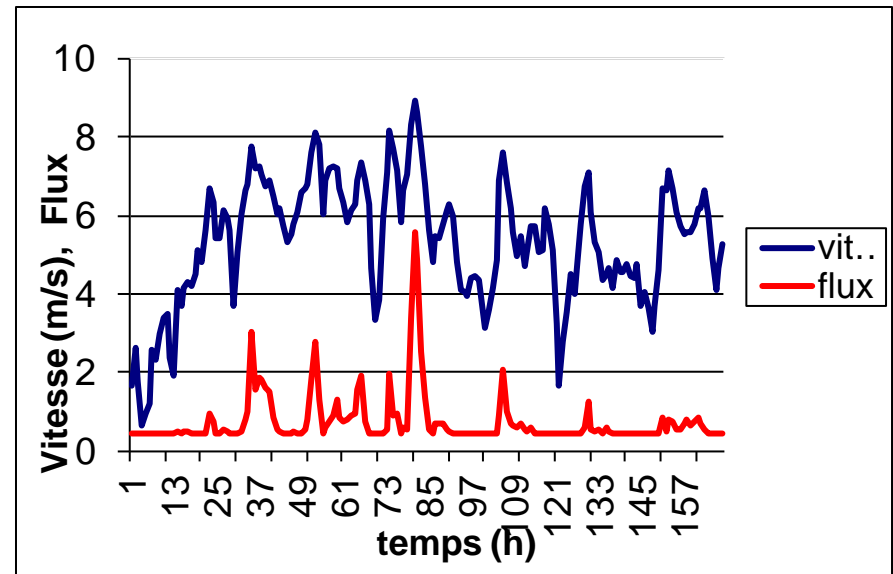
□ Relevés des données météo et éoliennes (*Ahmedou et al, JGR 2007*)

- Intensité et direction du vent, température et humidité

- Flux massique de particules



Station de mesure

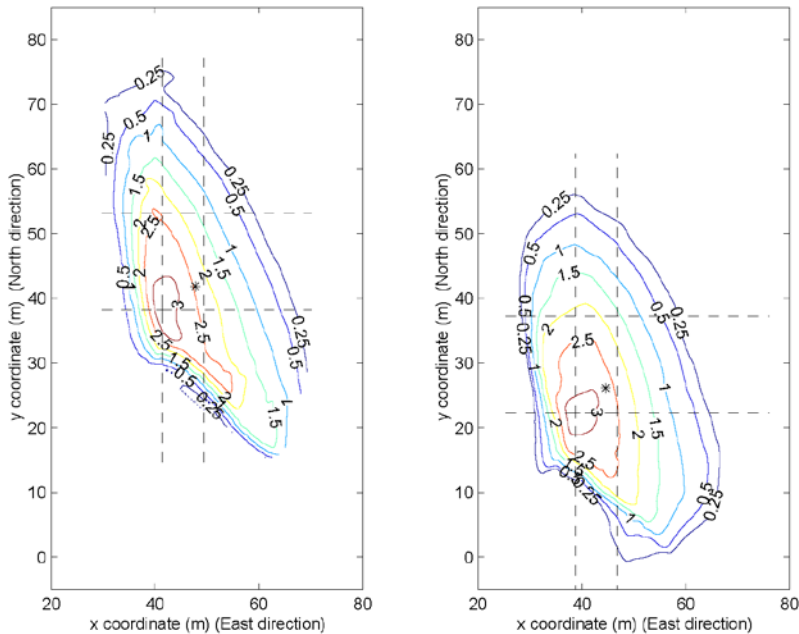


*Chronique:
vitesse de vent & Flux de sable*

Observations de terrain

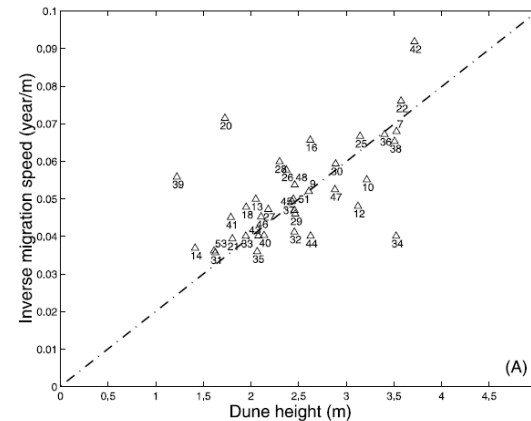
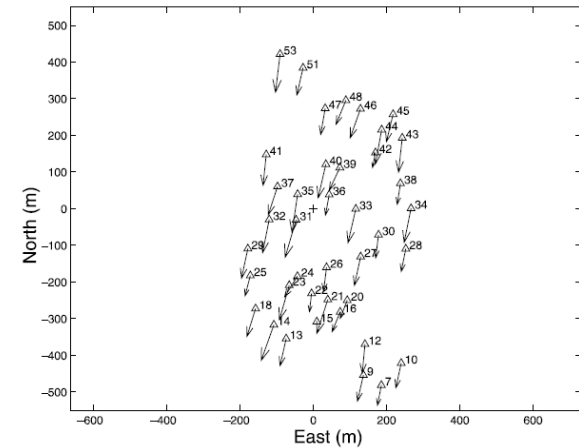
- ❑ Suivi de la dynamique des dunes par relevés topographiques
(Ahmedou et al, JGR 2007)

Evolution sur une année



(A)

Répartition spatiale des barkhanes

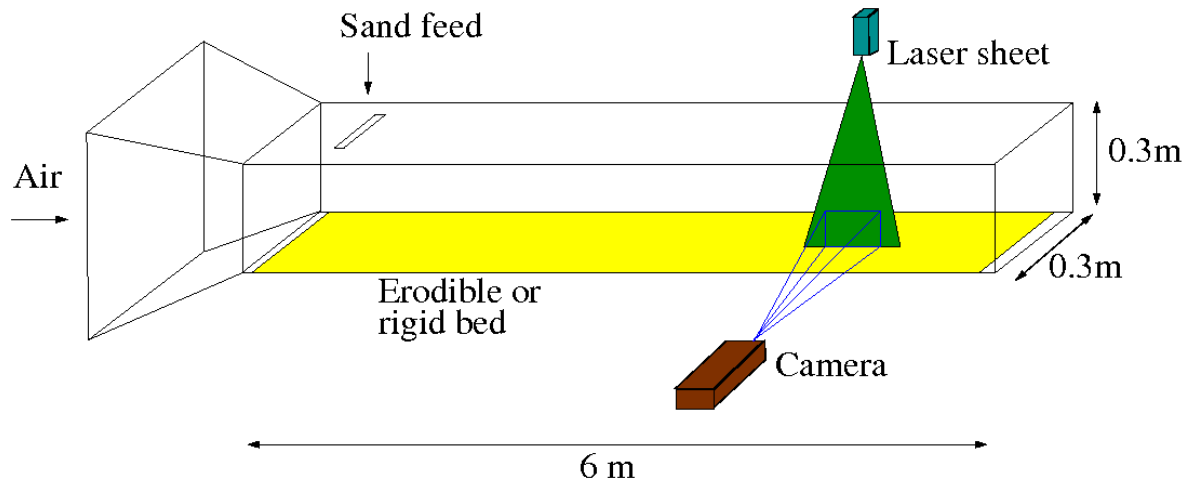


Vitesse de migration:
 $C \sim Q/H$

Expériences de laboratoire

❑ Transport éolien en soufflerie (1)

Soufflerie (LTN, Nantes)



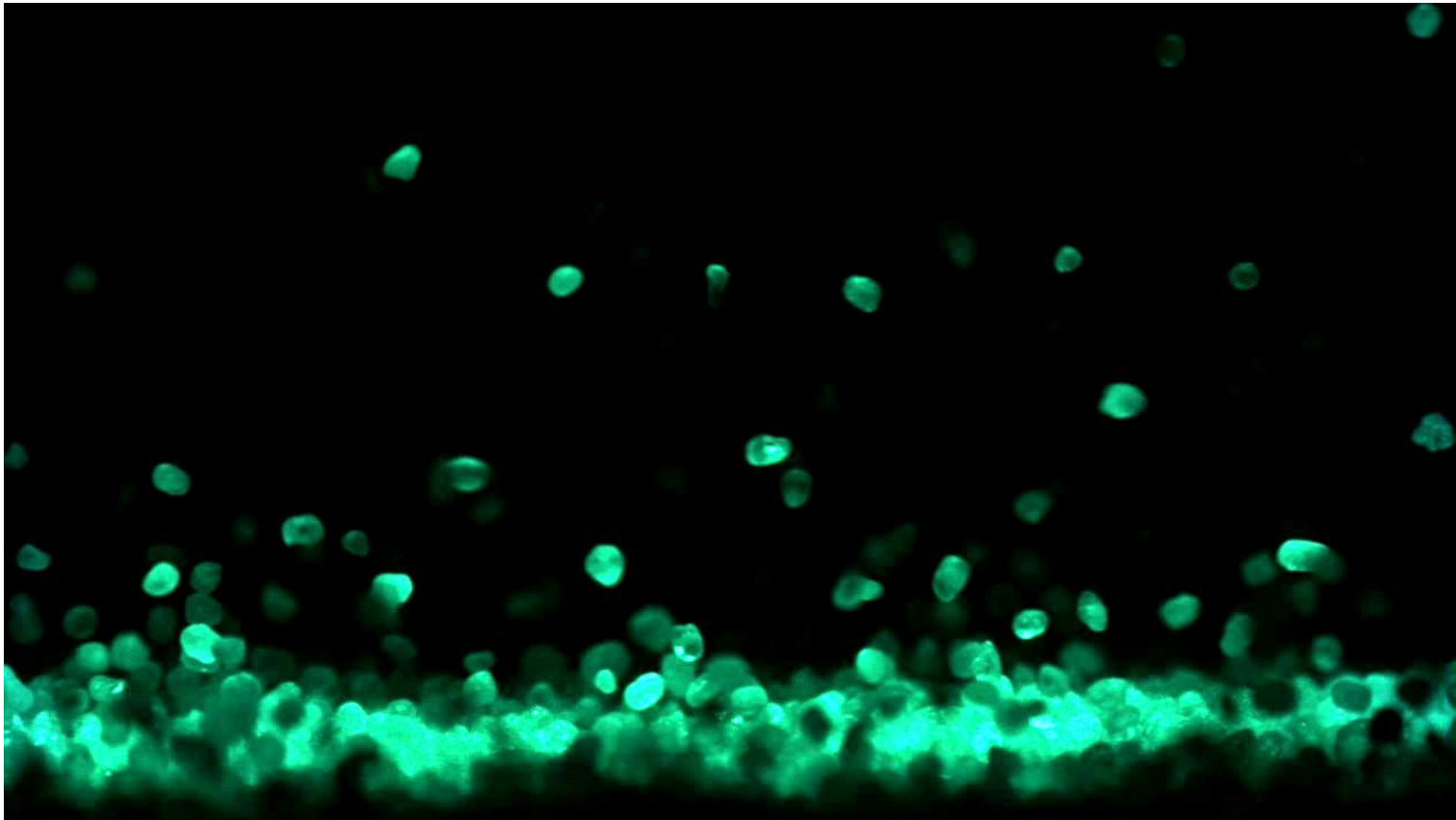
Caméra Rapide



Expériences de laboratoire

❑ Transport éolien en soufflerie (2)

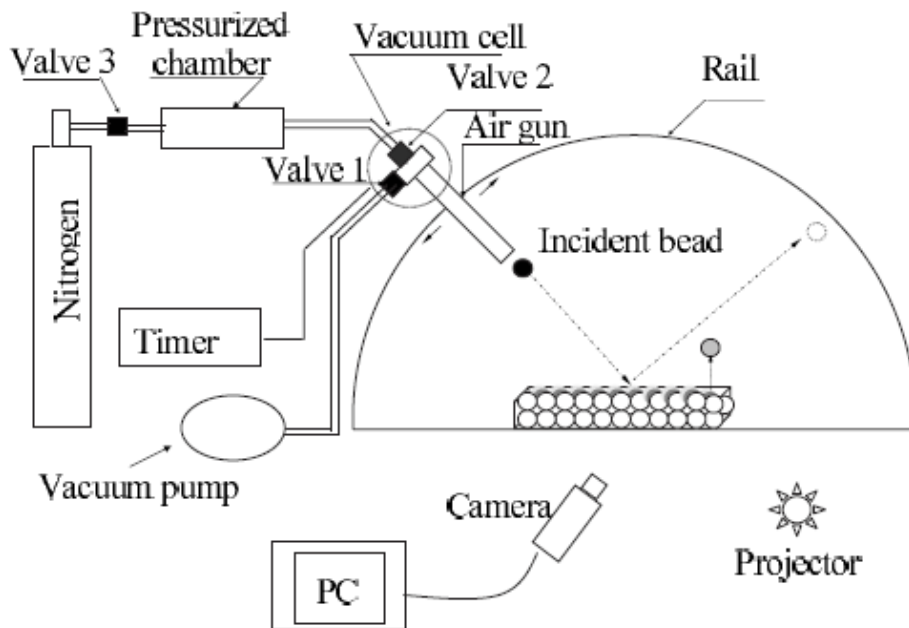
Velocimétrie par Imagerie (PIV, PTV)



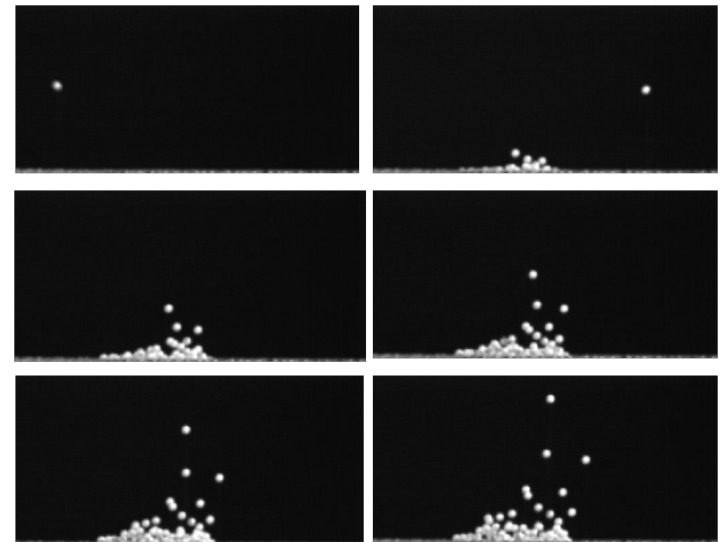
Expériences de laboratoire

❑ Etude du processus de collision dans le transport éolien

Dispositif expérimental (IPR, Rennes)



Caméra Rapide (IPR, Rennes)

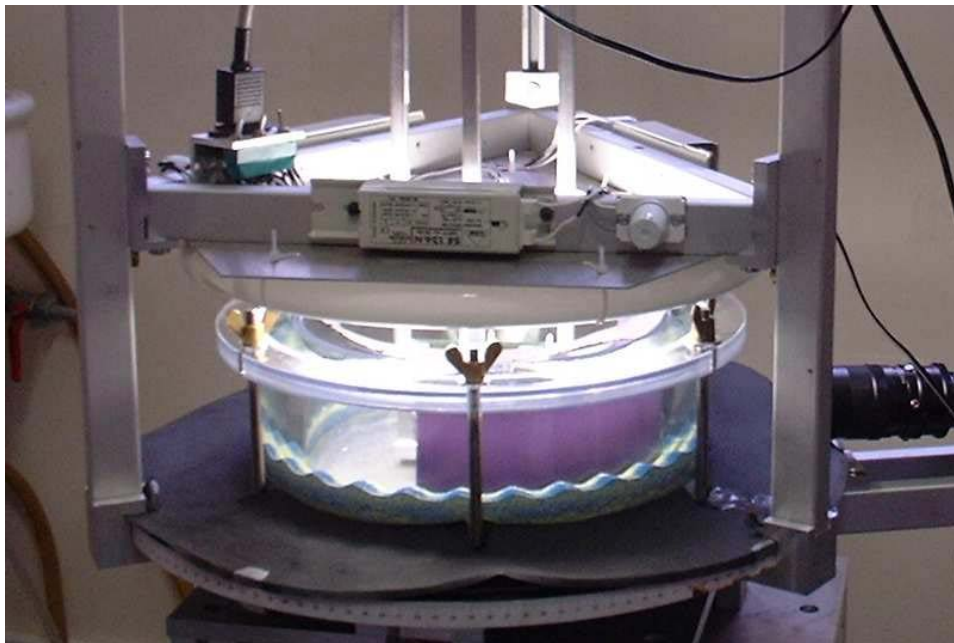


- Particules de 6 mm de diamètre
- Vitesse d'impact de 20 m/s
- Temps entre 2 images: 16ms

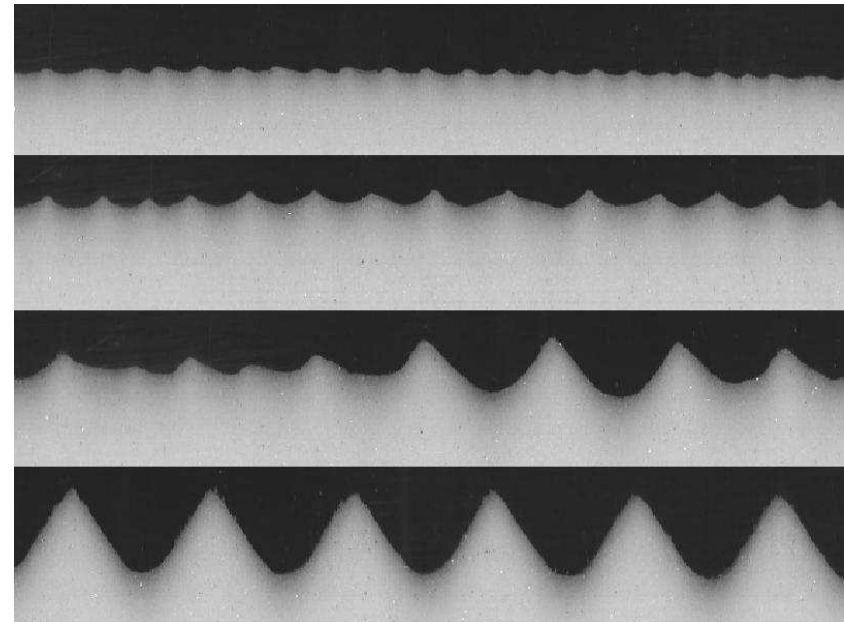
Expériences de laboratoire

❑ Formation de rides aquatiques sous écoulement oscillant

Cellule de Couette (Rousseaux, 2003)



Evolution temporelle (Rousseaux, 2003)



Expériences de laboratoire

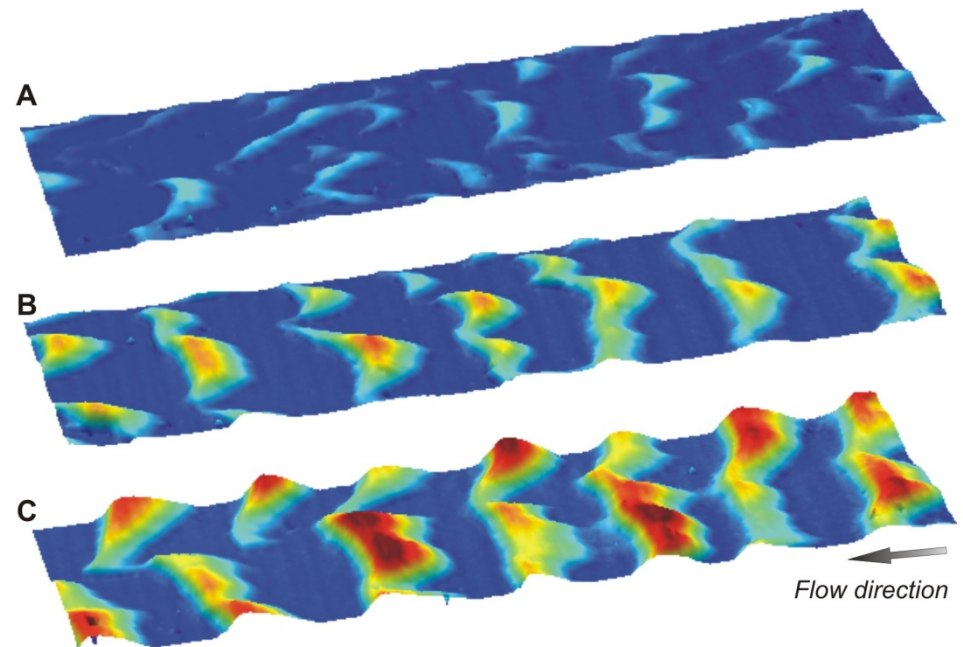
□ Dunes aquatiques sous écoulement unidirectionnel

(Dreano et al, ESPL 2010)



Chenal: 300cmx20cmx10cm

Evolution temporelle (Dreano, ESPL 2010)



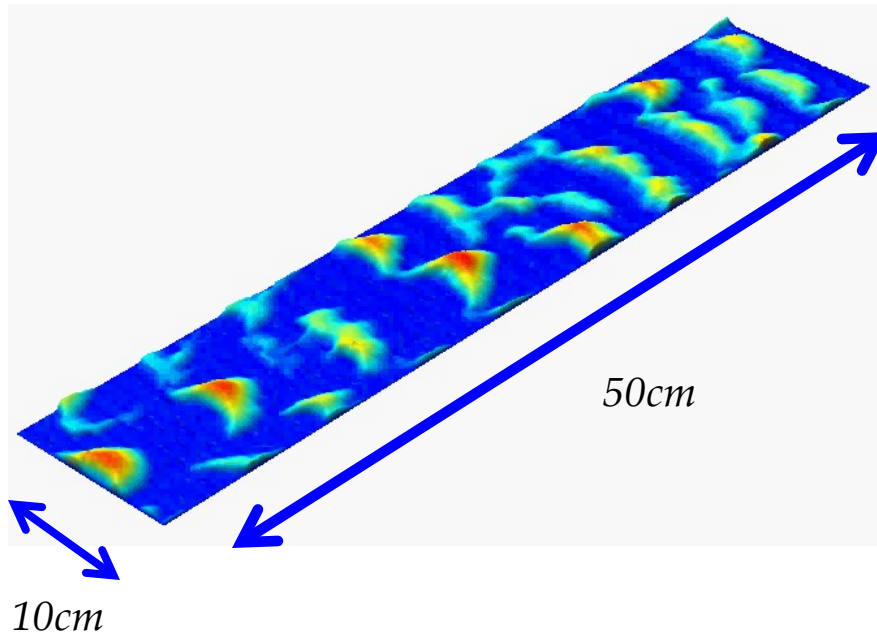
Expériences de laboratoire

□ Dunes aquatiques sous écoulement unidirectionnel

(Thèse, Julie Dreano , Rennes 2010)

➤ Faible apport en sédiment

➤ Fort apport en sédiment

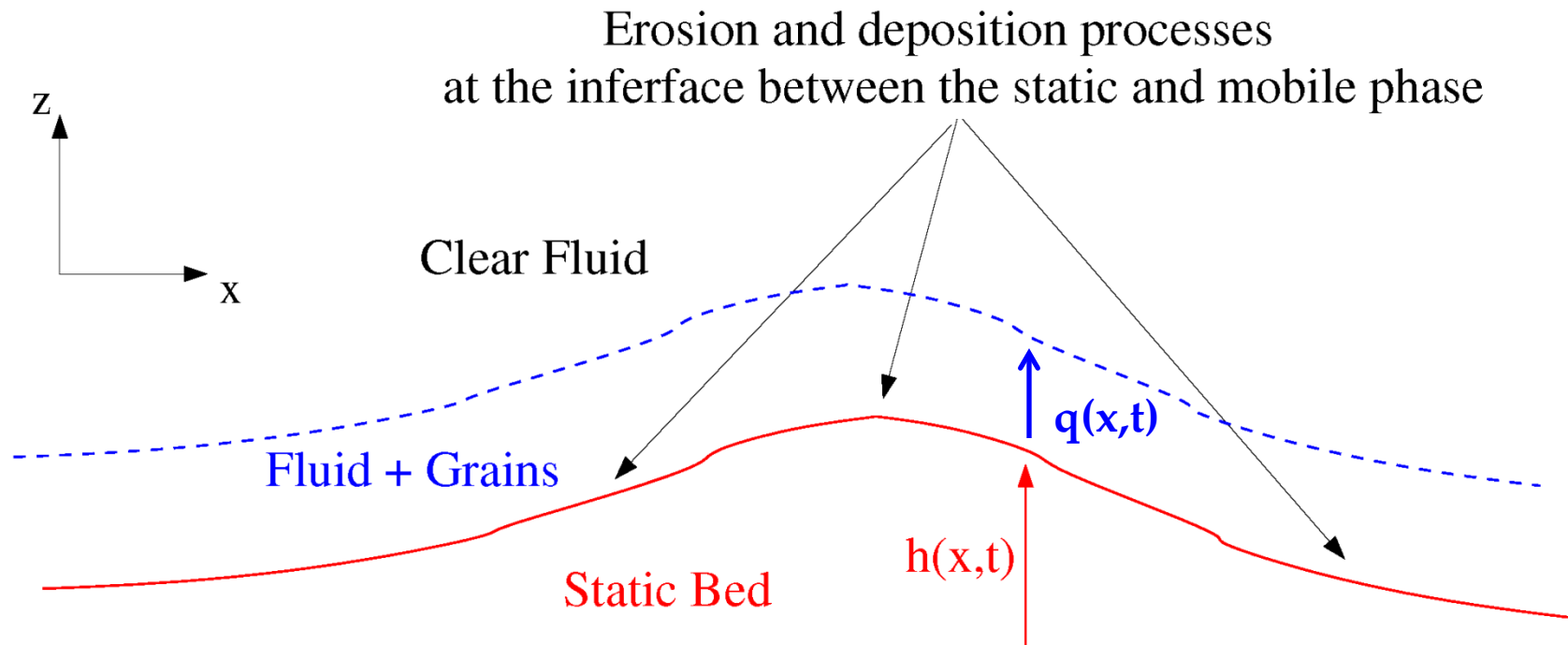




Modélisation

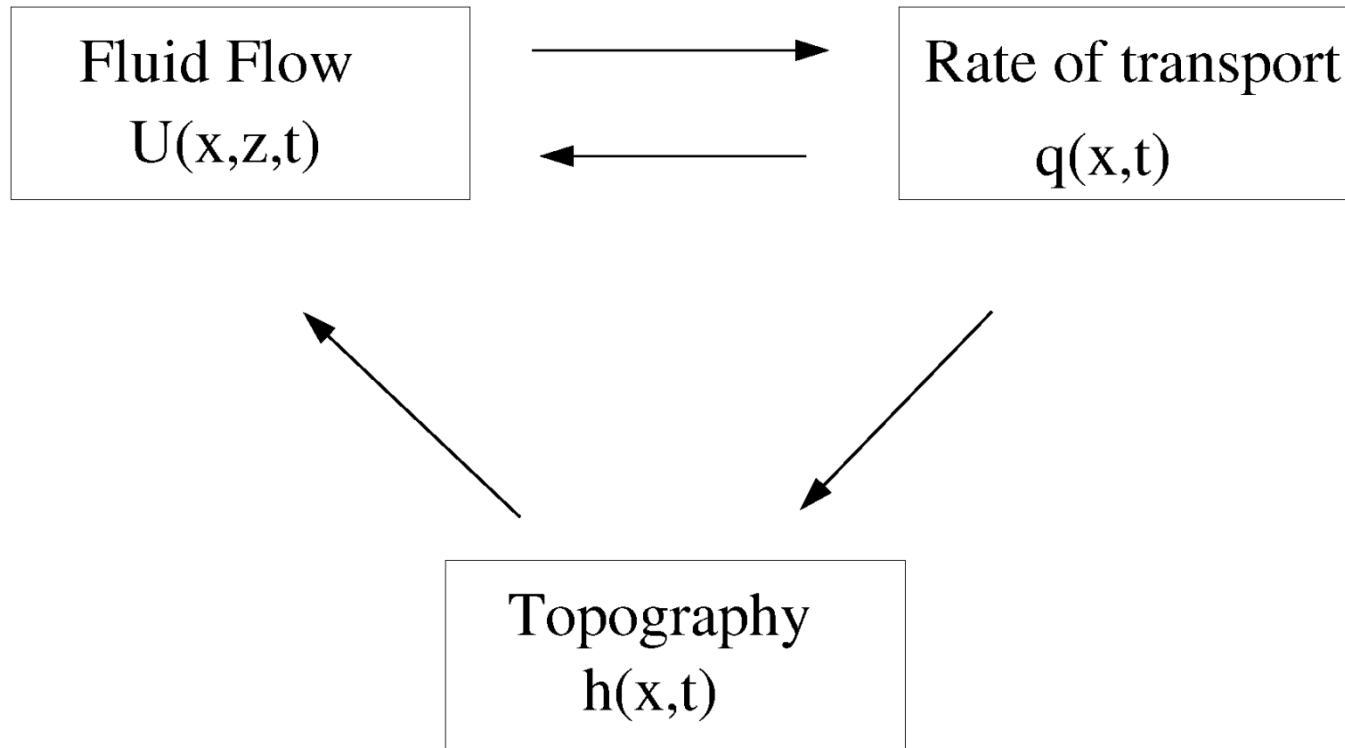
Description physique du système

- Système diphasique: fluide + particules
- 3 régions distinctes

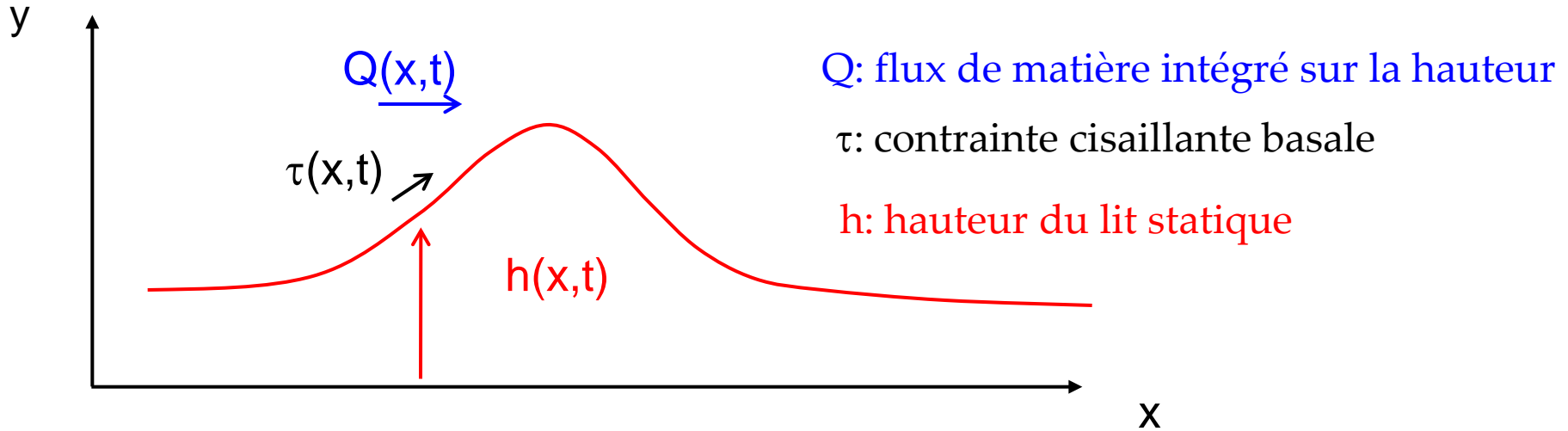


Couplages multiples

- Couplage entre l'écoulement, le sédiment et la topographie



Mise en équation

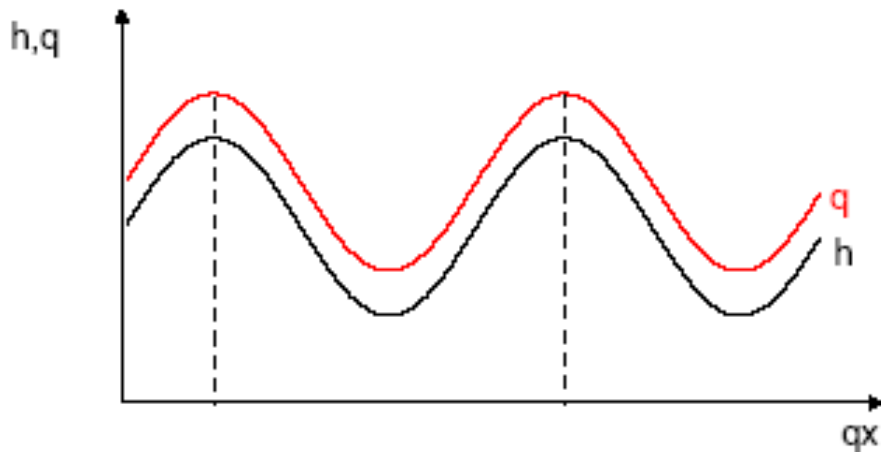


- Equation pour l'évolution de la dune:
$$\frac{\partial h}{\partial t} = -\frac{1}{\rho_{lit}} \frac{\partial Q}{\partial x}$$
- Loi de transport : $Q(x,t) = Q_{sat} [\tau(x,t)] \propto (\tau - \tau_c)^n$
- Contrainte basale calculée à partir de la résolution de l'écoulement au-dessus de la perturbation
- Approximation quasi-stationnaire: $t_{dune} \gg t_{ecoulement}$

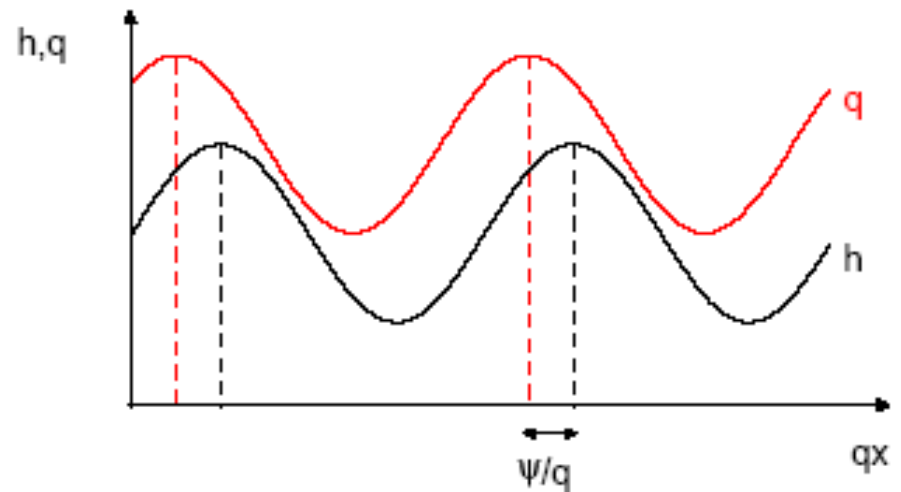
Instabilité morphologique primaire: Modèle 1D

Critère de Stabilité

- Condition de stabilité d'une surface plane



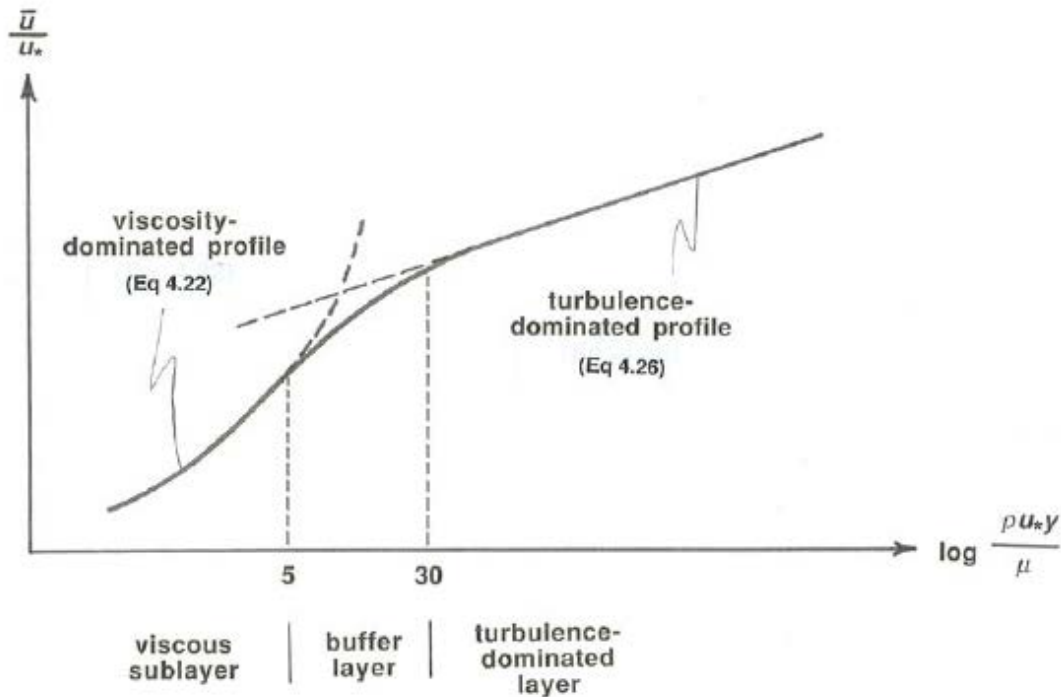
q et h en phase
⇒ Stabilité marginale



q et h déphasés
⇒ instabilité

Écoulement turbulent au-dessus d'une paroi plane

□ Cas d'une paroi lisse:



□ Couche logarithmique:

$$u = \frac{u^*}{\kappa} \ln \left(\frac{y}{y_0} \right)$$

u^* : vitesse de frottement

y_0 : rugosité aérodynamique

$\tau = \rho_{\text{fluide}} u^{*2}$: contrainte cisailante

□ Sous-couche visqueuse:

$$u = u^* y / \delta_v$$

$\delta_v = \nu / u^*$: épaisseur sous-couche

Écoulement turbulent au-dessus d'une paroi plane

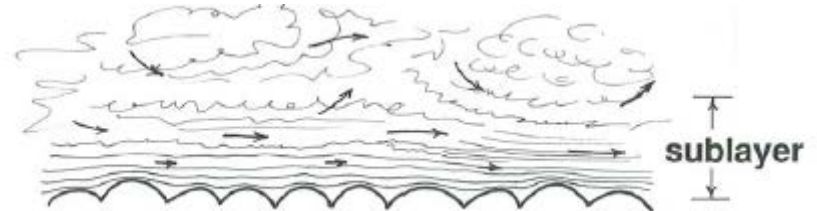
□ Cas d'une paroi rugueuse:

Rugosité formé par des grains de taille de d collés sur une plaque plane

On définit un nombre de Reynolds particulière turbulent: $Re_p^* = \frac{u^* d}{\nu}$

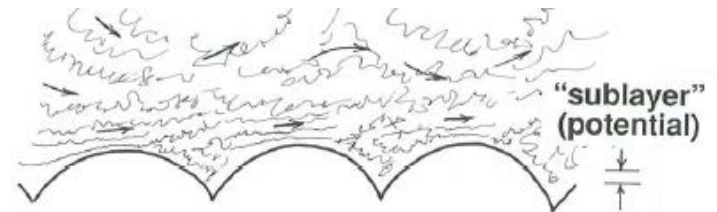
➤ Régime hydraulique lisse: $Re_p^* < 5$

$$u = \frac{u^*}{\kappa} \ln\left(\frac{y}{y_0}\right) \quad \text{avec} \quad y_0 = \frac{\nu}{9u^*}$$



➤ Régime hydraulique rugueux: $Re_p^* > 70$

$$u = \frac{u^*}{\kappa} \ln\left(\frac{y}{y_0}\right) \quad \text{avec} \quad y_0 = \frac{d}{30}$$



La sous-couche visqueuse est noyée dans les rugosités

Écoulement turbulent au-dessus d'une dune

- Résolution numérique de Navier-Stokes (DNS):

$$\rho \left[\frac{\partial \mathbf{v}_i}{\partial t} + \mathbf{v}_j \frac{\partial \mathbf{v}_i}{\partial \mathbf{x}_j} \right] = f_i - \frac{\partial P}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\eta \frac{\partial \mathbf{v}_i}{\partial x_j} \right)$$

- Résolution de l'équation de Reynolds (RANS):

$$\rho \left[\frac{\partial \bar{\mathbf{v}}_i}{\partial t} + \bar{\mathbf{v}}_j \frac{\partial \bar{\mathbf{v}}_i}{\partial \mathbf{x}_j} \right] = \bar{f}_i - \frac{\partial \bar{P}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\eta \frac{\partial \bar{\mathbf{v}}_i}{\partial x_j} - \rho \overline{\mathbf{v}'_i \mathbf{v}'_j} \right)$$

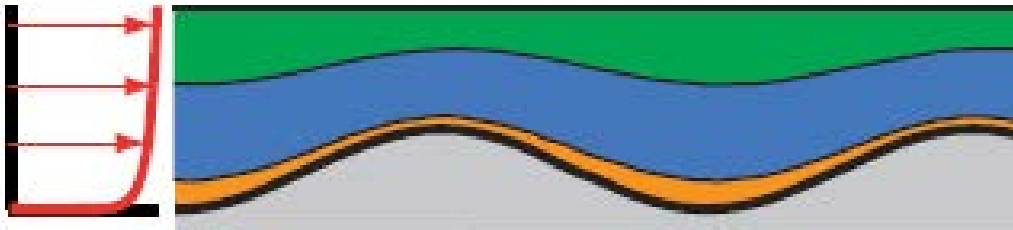
- Contraintes turbulentes: $\sigma_{ij}^{Reynolds} = -\rho \overline{\mathbf{v}'_i \mathbf{v}'_j}$

- Relation de fermeture (longueur de mélange):

$$\tau^{Reynolds} = -\rho \overline{\mathbf{u}' \mathbf{v}'} = \rho \nu_T \frac{d \bar{\mathbf{u}}}{d y} \quad \text{avec} \quad \nu_T = \kappa^2 y^2 \left| \frac{d \bar{\mathbf{u}}}{d y} \right|$$

Écoulement turbulent au-dessus d'une dune

□ Structure de l'écoulement



□ Région externe (verte) dominée par l'inertie

□ Région interne (bleue) dominée par les contraintes turbulentes

□ Épaisseur de la couche interne δ_i :

Équilibre entre les contraintes turbulentes et l'inertie

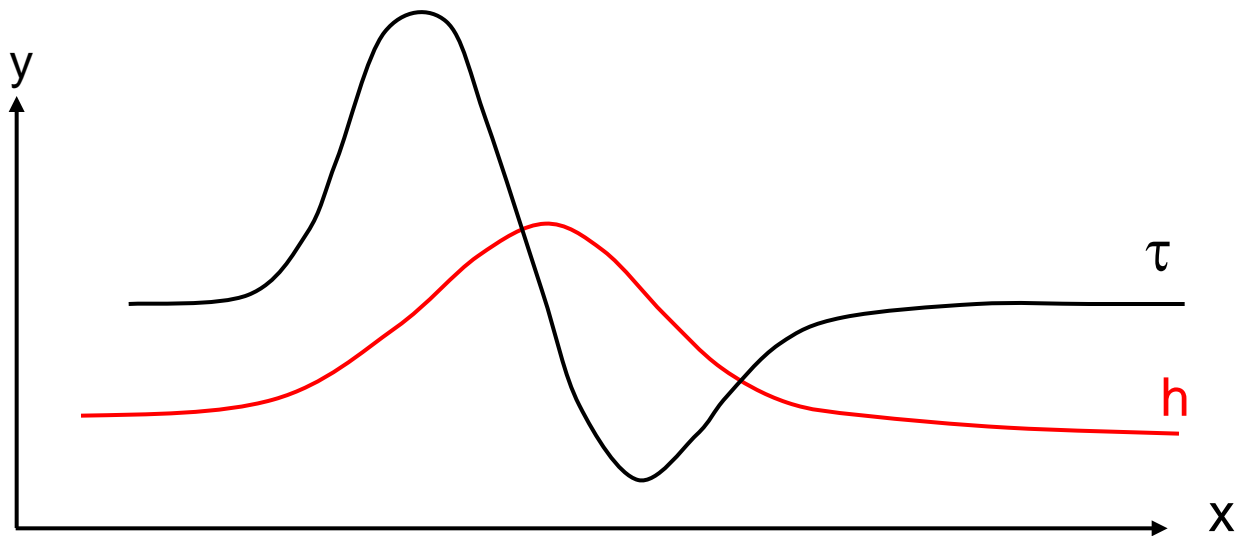
$$\frac{\delta_i}{\lambda} \ln\left(\frac{\delta_i}{z_0}\right) \approx \kappa^2$$

Écoulement turbulent au-dessus d'une dune

- Hypothèse: $H/L \ll 1$ (Jackson & Hunt, 1975)

$$\tau = \tau_0 + \tau_1 = \tau_0 \left(1 + A \int_{-\infty}^{+\infty} dx' \frac{h_x(x')}{(x-x')} + B h_x \right)$$

Transformée de Fourier : $\hat{\tau}_1 = \tau_0 (A|k| + iBk) \hat{h}$



Analyse de stabilité linéaire

- On suppose que: $h \propto \cos(kx) e^{\omega t}$

$$\begin{cases} \frac{\partial h}{\partial t} = -\frac{1}{\rho_{lit}} \frac{\partial Q}{\partial x} \\ Q = Q_{sat}(x) \propto [\tau(x) - \tau_c]^n \text{ avec } \tau(x) = \tau_{Jakson/Hunt}(x) \end{cases}$$

- Résultat de l'analyse de stabilité linéaire:

$$\Rightarrow \text{Re}(\omega) \propto k^2$$

Tous les modes sont instables et le mode plus instable correspond au mode de longueur d'onde infiniment petite!!!

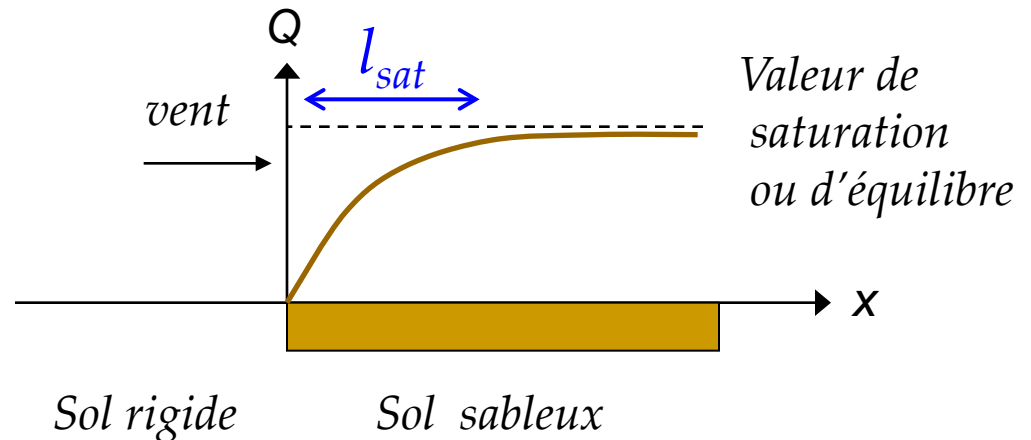
Modèle de transport hors équilibre

□ Nouvelle hypothèse:

Le transport n'atteint pas sa valeur saturée de manière instantanée en raison de l'inertie des grains

□ Loi de relaxation (Herrmann et al., 2001)

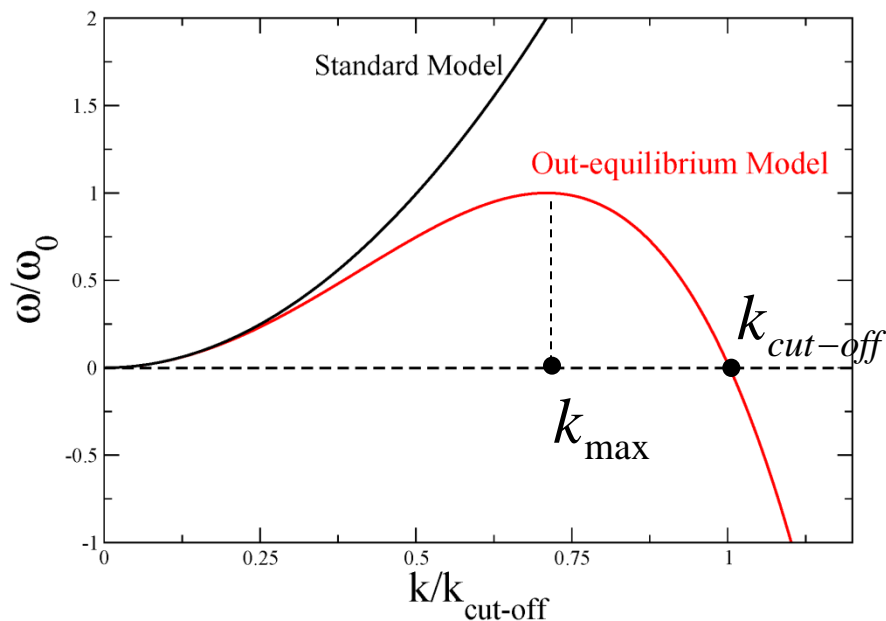
$$\frac{\partial Q}{\partial x} = -\frac{Q - Q_{\text{sat}}}{l_{\text{sat}}}$$



Modèle de transport hors équilibre

□ Analyse de stabilité :

$$\sigma = \text{Re}(\omega) \propto k^2 \frac{B - Akl_{sat}}{1 + (kl_{sat})^2} \quad \text{et} \quad c = \frac{\text{Im}(\omega)}{k} \propto k \frac{A + Bkl_{sat}}{1 + (kl_{sat})^2}$$



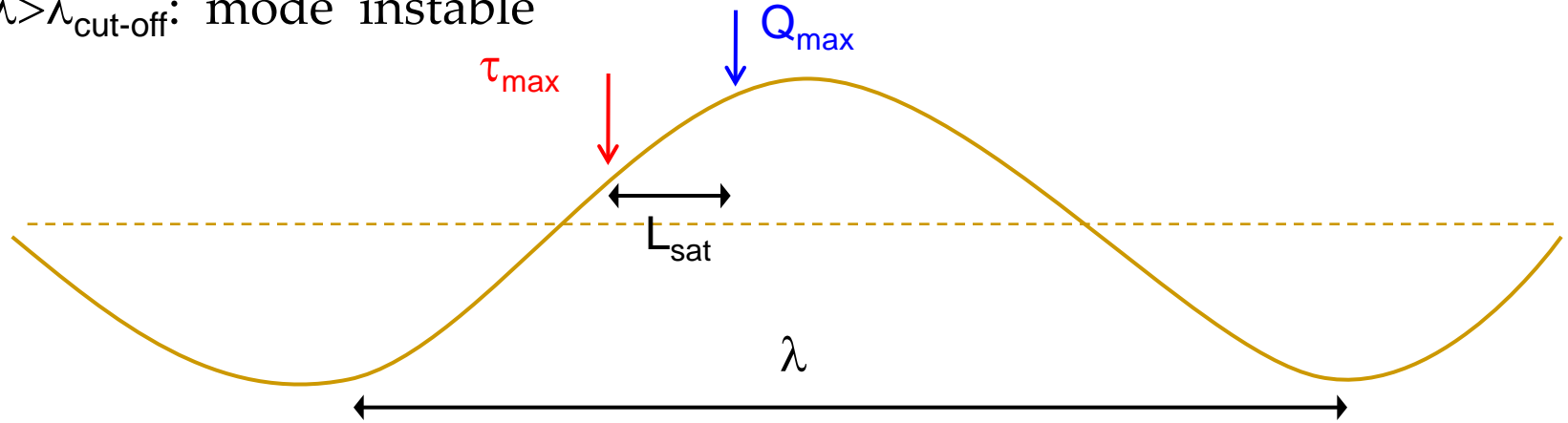
$$\lambda_{cut-off} = \frac{2\pi}{k_{cut-off}} \approx \frac{6A}{B} l_{sat}$$

$$\lambda_{max} = \frac{2\pi}{k_{max}} \approx \frac{3}{2} \lambda_{cut-off}$$

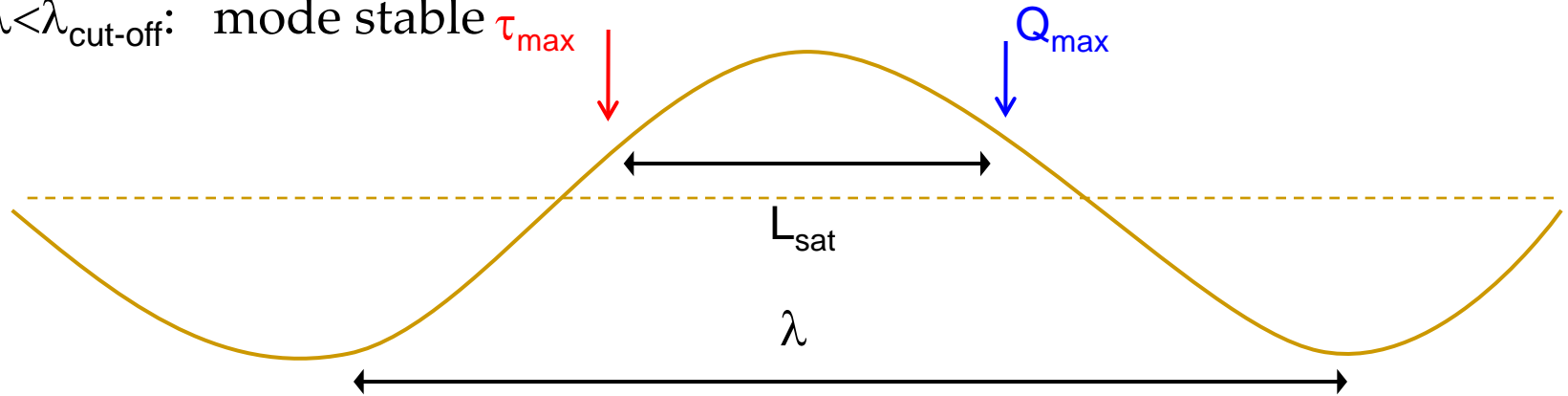
Modèle de transport hors équilibre

□ Mécanisme d'instabilité:

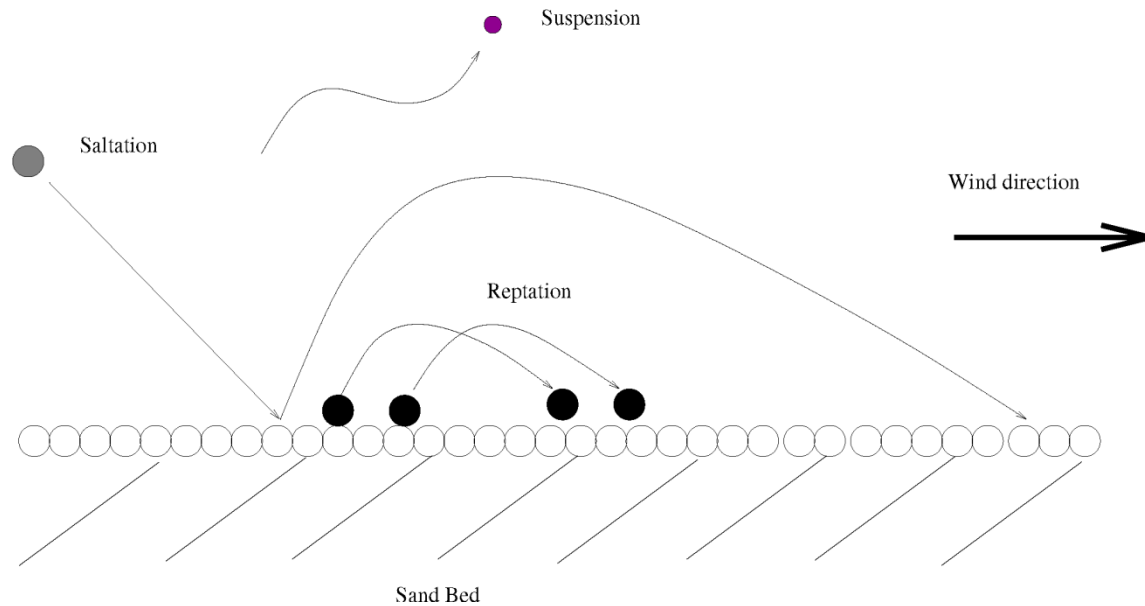
- $\lambda > \lambda_{\text{cut-off}}$: mode instable



- $\lambda < \lambda_{\text{cut-off}}$: mode stable



Les différents modes de transport éolien (Bagnold 1950)



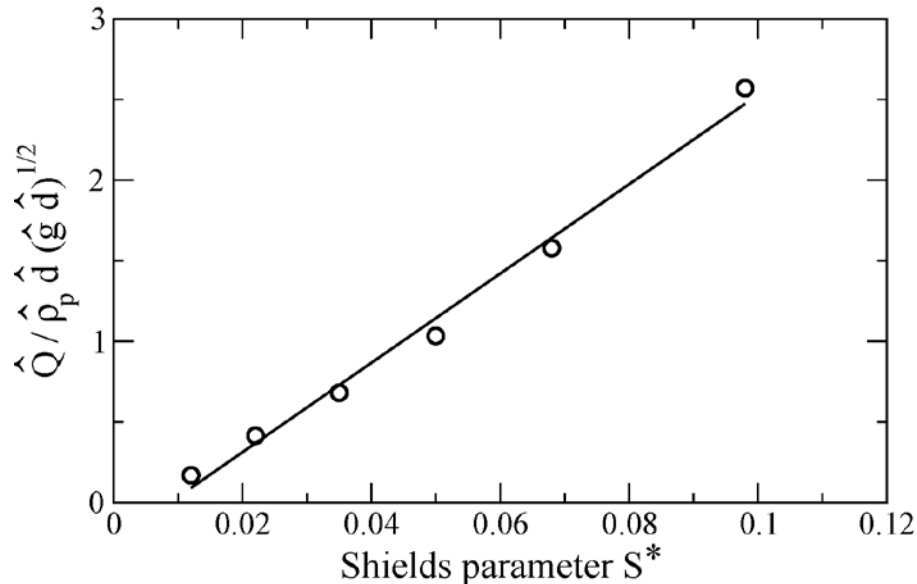
- ❑ Saltation: mouvement par bonds successifs (grains très énergétiques), faible probabilité d'être piégés
- ❑ Reptation : grains générés par l'impact (grains peu énergétiques)
- ❑ Suspension
- ❑ Traction (à l'initiation du transport): entrainement directe de l'air

Flux et Longueur de saturation

Transport éolien: Mesures en soufflerie

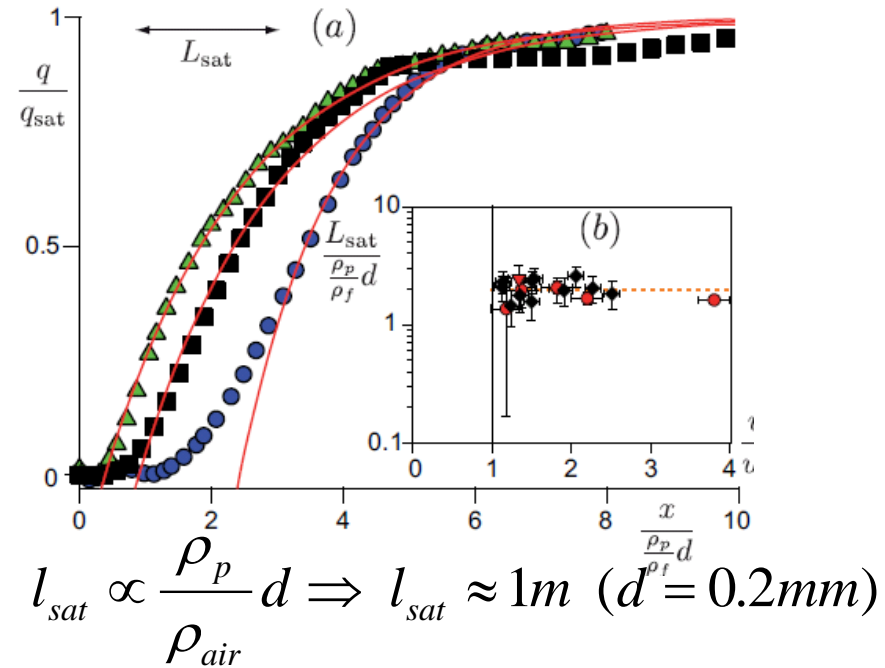
Nombre de Shields : $S = \tau / (\rho_p - \rho_{fluide})gd$

(Creyssels et al., JFM 2009)



$$Q_{sat} \propto (S - S_c)$$

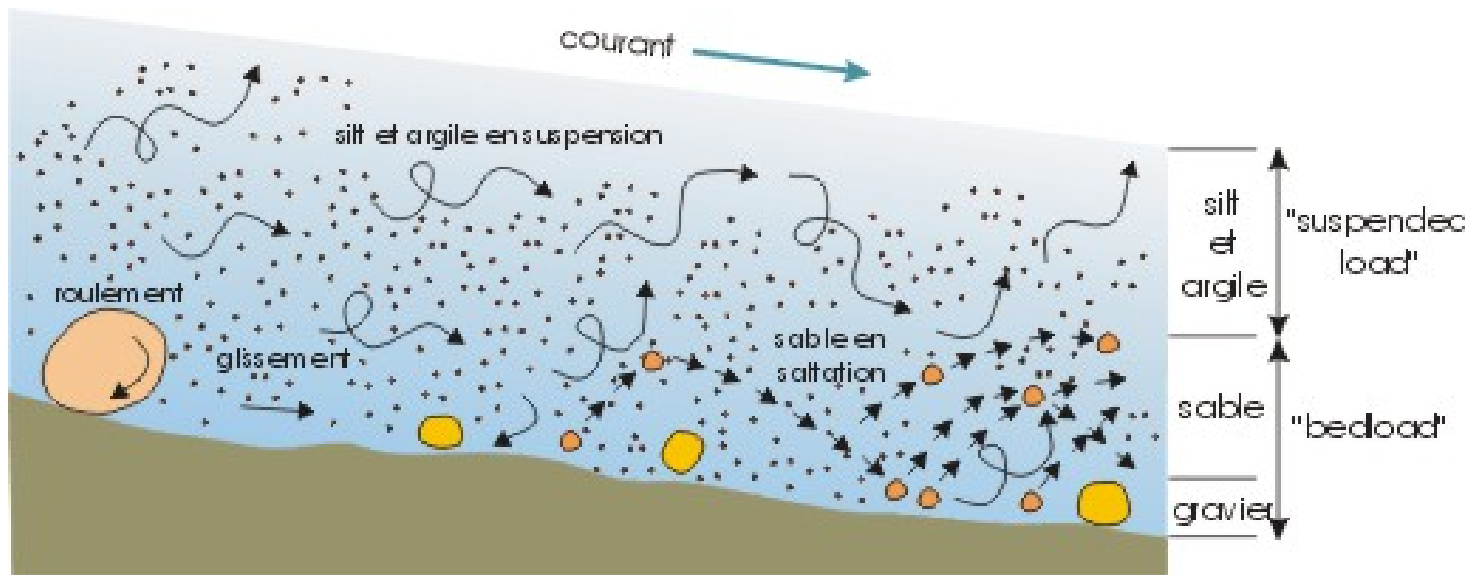
(Andreotti et al., 2010)



$$l_{sat} \propto \frac{\rho_p}{\rho_{air}} d \Rightarrow l_{sat} \approx 1m \quad (d^{pr} = 0.2mm)$$

$$\Rightarrow \lambda_{max}^{eolien} \approx 20m$$

Les modes de transport dans l'eau



- ❑ Transport par charriage (ou charge de fond): roulement, glissement et saltation (particules restant en contact plus ou continue avec le lit)
- ❑ Transport par suspension: particules n'ayant pas de contact continue avec le lit

Flux et Longueur de saturation

□ Transport aquatique

- Charriage (*Charru et al., ARFM 2012*)

$$Q_{sat} \propto (S - S_c)(\sqrt{S} - \beta\sqrt{S_c})$$

- Relaxation gouvernée soit:

- par l'inertie des grains: $l_{sat} \propto \frac{\rho_p}{\rho_{eau}} d$

- par la processus de d'érosion et de déposition: $l_{sat} \propto \frac{U}{V_{fall}} d$

$$\Rightarrow l_{sat} \approx d$$

- Suspension (*Claudin et al., JFM 2011*)

$$l_{sat} \propto \frac{U}{V_{fall}} D \Rightarrow l_{sat} \approx D$$

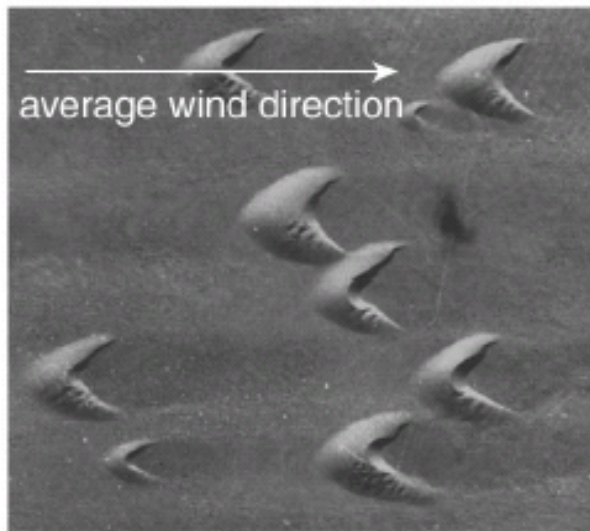
Nombre de Shields S:

$$S = \frac{\tau}{(\rho_p - \rho_{fluide})gd}$$

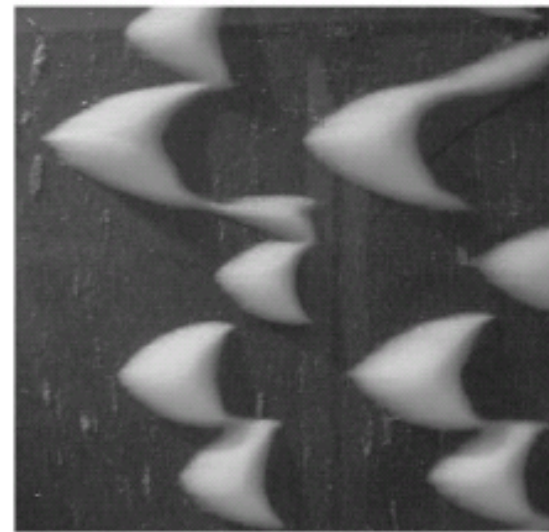
Dunes éoliennes vs Dunes aquatiques

□ Barkhanes éoliennes vs Barkhanes aquatiques

$$l_{saturation} \propto \frac{\rho_p}{\rho_{fluide}} d \Rightarrow l_{saturation}^{eau} = \frac{l_{saturation}^{air}}{1000} \approx 1 \text{ mm}$$



↔ 100 m
aeolian dune field



↔ 5 cm
aquatic dune field

(Hersen et al,
PRL 2002)

Ecoulement turbulent vs Ecoulement visqueux

- Structure d'un écoulement visqueux au-dessus d'un lit déformé:



- Région externe (verte) dominée par l'inertie
- Région interne (orange) dominée par les contraintes visqueuses

- Epaisseur de la couche interne δ_i :

Equilibre entre les contraintes visqueuses et l'inertie du fluide

$$\delta_i \approx \left(\lambda \frac{\nu}{\dot{\gamma}} \right)^{1/3}$$

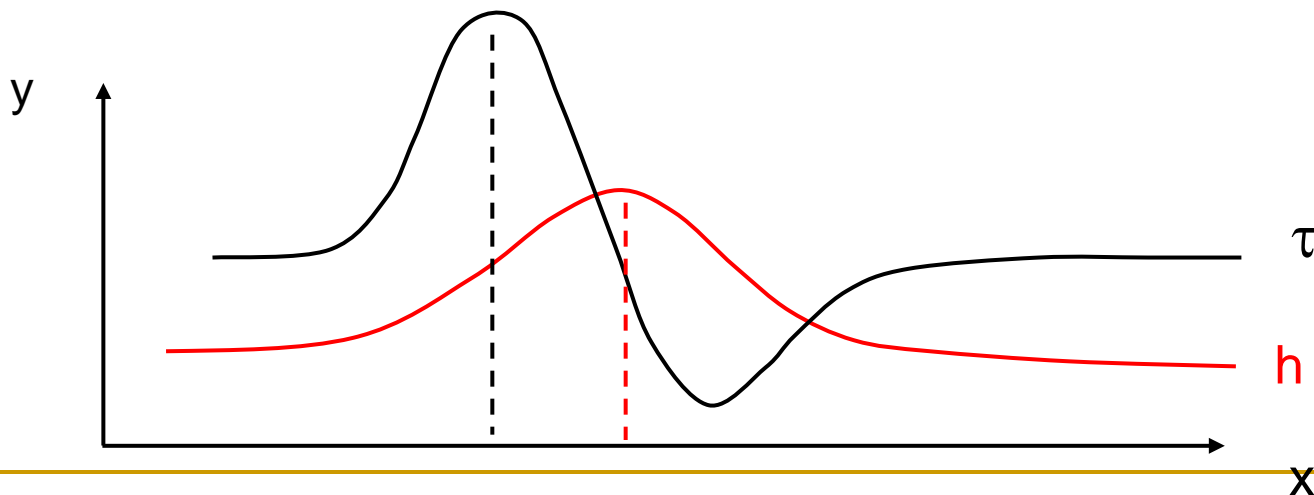
Ecoulement turbulent vs Ecoulement laminaire

- Contrainte basale sur un lit déformé dans un écoulement visqueux

$$\tau = \tau_0 + \tau_1 = \tau_0 \left(1 + \int_x^{+\infty} dx' \frac{h_x(x')}{(\nu / \dot{\gamma})^{1/3} (x - x')^{1/3}} \right) \quad (\text{Charru\&Hinch, JFM2000})$$

$$\text{TF: } \hat{\tau}_1 = \tau_0 (Ak^{1/3} + iBk^{1/3}) \hat{h}$$

⇒ Déphasage positif du à l'inertie du fluide



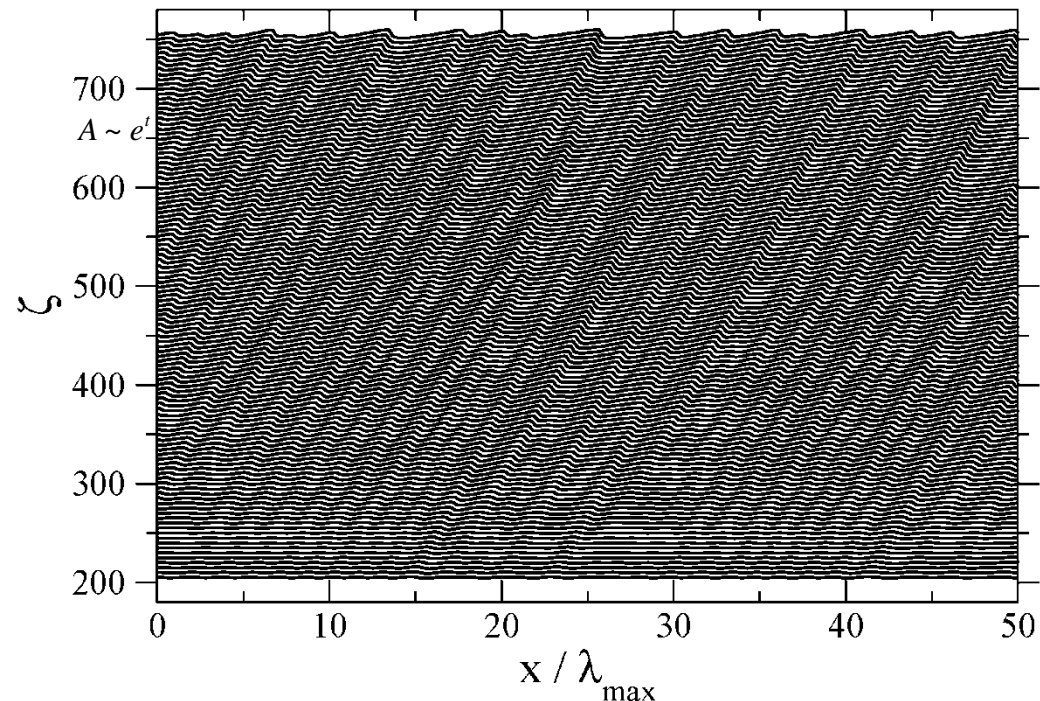
Evolution non-linéaire (cas laminaire)

- Analyse faiblement non-linéaire (*Valance, PRE 2011*)
 - Hypothèses: effet stabilisant de la pente, non-linéarité dominé par le transport

$$\frac{\partial h}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial x} \left\{ \left(\int_{-\infty}^x dx' \frac{h_x(x')}{(\nu/\dot{\gamma})^{1/3} (x-x')^{1/3}} - h_x \right) + a \left(\int_{-\infty}^x dx' \frac{h_x(x')}{(\nu/\dot{\gamma})^{1/3} (x-x')^{1/3}} - h_x \right)^2 \right\}$$

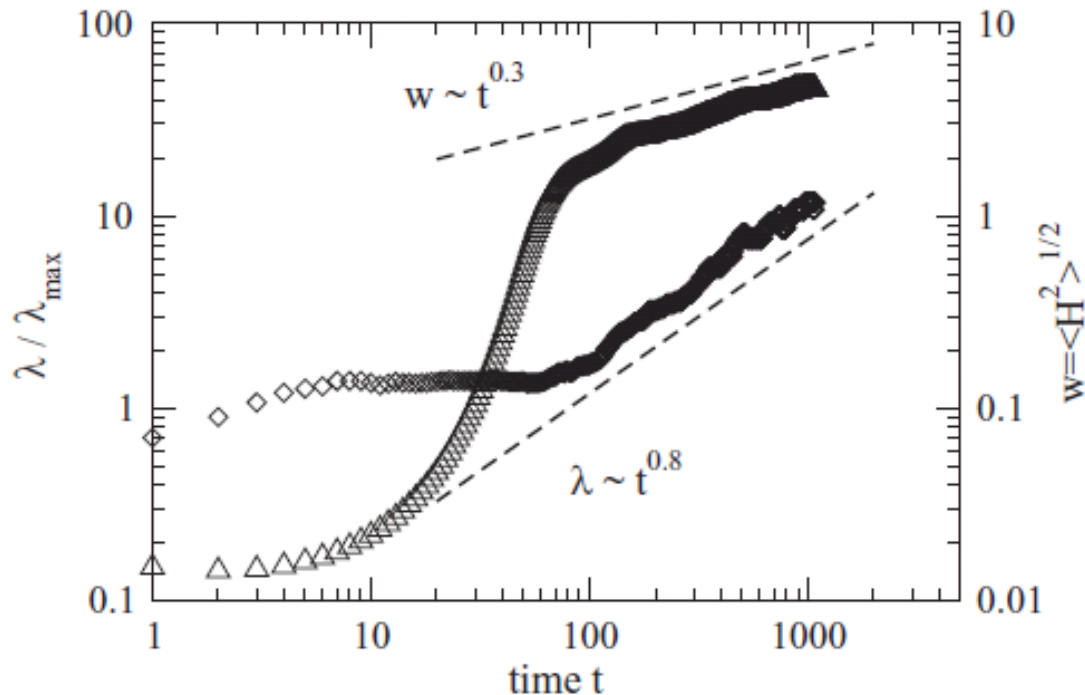
Diagramme spatio-temporel:

Observation d'un mûrissement
(augmentation de la longueur
d'onde et de l'amplitude)



Evolution non-linéaire (cas laminaire)

- Loi d'échelle pour le mûrissement (*Valance, PRE 2011*)



Régime I:

$$\lambda \sim \lambda_{\max} \text{ et } A \sim e^t$$

Régime II:

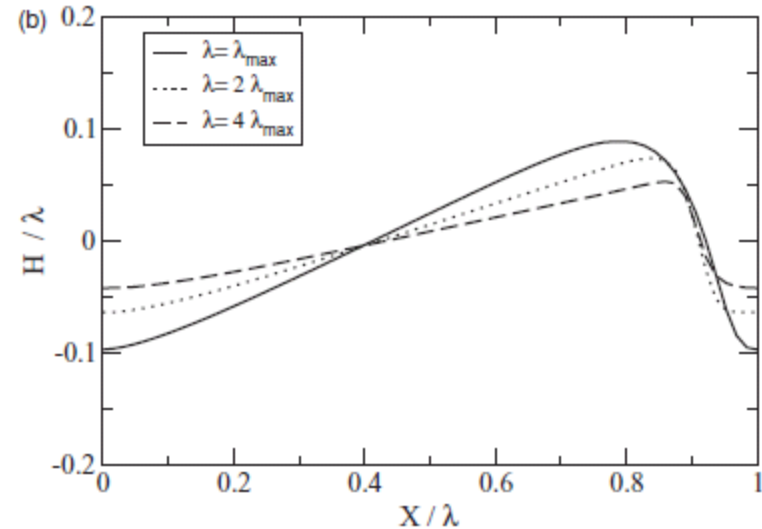
$$\lambda \sim t^{0.9} \text{ et } A \sim \lambda^{1/3} \sim t^{0.3}$$

Evolution non-linéaire (cas laminaire)

- Mûrissement indéfini en profondeur infinie:

$$\lambda \sim t^{0.9}$$

$$A \sim \lambda^{1/3} \sim t^{0.3}$$



- Mûrissement interrompu en profondeur finie D :

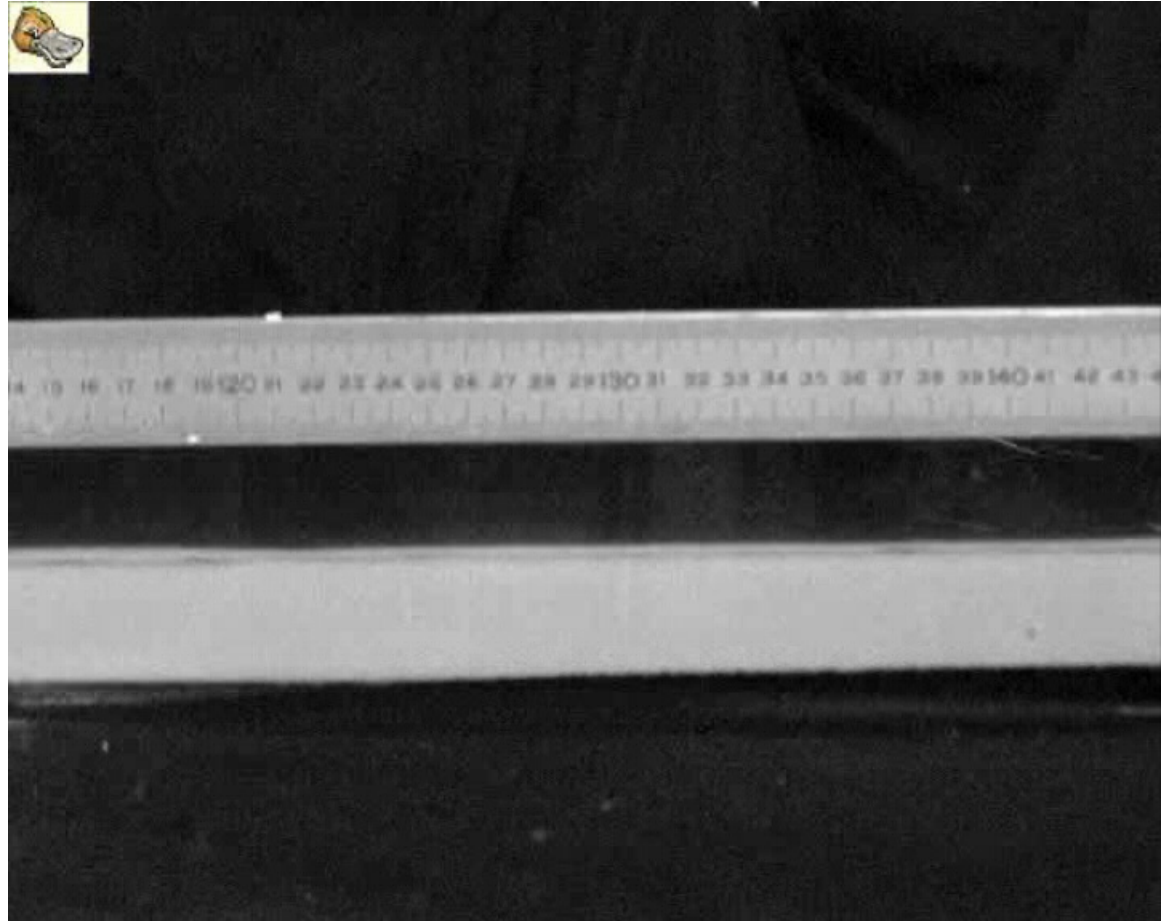
$$\lambda \sim (\dot{\gamma} / \nu) D^3$$

$$A \sim D$$

Evolution non-linéaire (cas turbulent)

- ❑ Expérience en conduite hydraulique (Langlois, EPJE 2009)

Mûrissement
suivi d'une saturation



Écoulement avec surface libre

□ Exemples:

- Dunes sous-marines
- Dunes en rivière
- Dunes éoliennes avec une atmosphère stratifiée

□ Nouveau paramètre:

- Le nombre de Froude: $Fr = \frac{U}{\sqrt{gD}}$

- $Fr < 1$: Stabilisation des modes de grandes longueurs d'ondes $\lambda > D$

- $Fr > 1$: Résonance avec la surface libre

Écoulement avec surface libre

- ❑ $L_{\text{sat}}/D < 0.1$ et $Fr < 1$:
 - Pas d'influence de la surface libre sur le mode le plus instable

- ❑ $L_{\text{sat}}/D > 0.1$ et $Fr < 1$:
 - Les dunes obliques sont plus stables que les dunes droites (chevrons, barres alternées ...)

- ❑ $Fr > 1$:
 - Large déformation de la surface libre
 - Résonance pour le mode $\lambda \sim D$: apparition d'anti-dunes remontant le courant

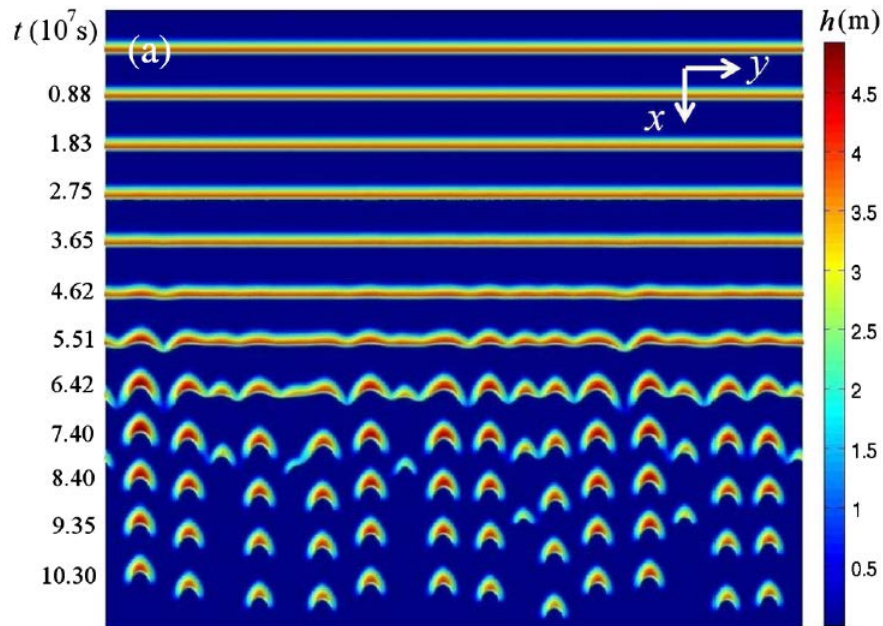
(Voir pour plus de détails: Fourrière et al, JFM 2010, Charru et al., ARFM 2012)

Exemple d'instabilité secondaire

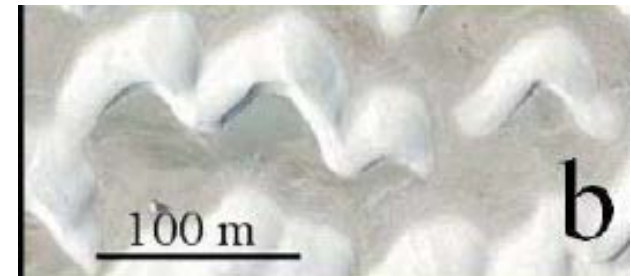
Instabilités morphologiques secondaires

□ Stabilité d'une dune transverse rectiligne

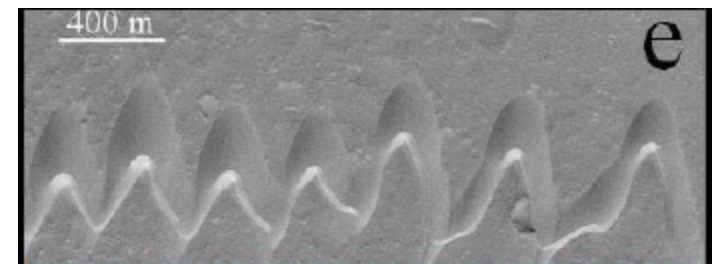
Simulations numériques
(Parteli et al, PRL 2011)



Observations de terrain



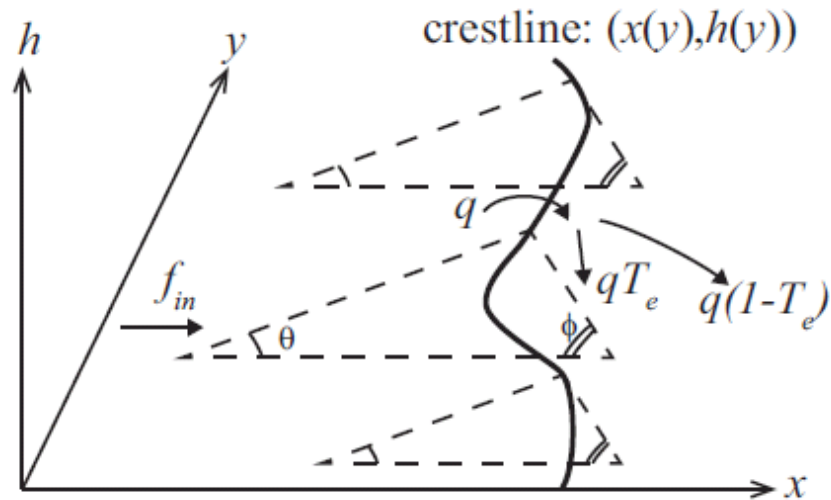
Dunes terrestres (White Sand)



Dunes martiennes

Modèle simplifié pour les dunes transverses

□ Hypothèses du modèle:



- Section triangulaire
- f_{in} : flux de sable entrant
- q : flux de sable au sommet
- T_e : taux de capture dans la face d'avalanche
- J_u et J_d : flux latéraux amont et aval

□ Equations pour la ligne de crête (Guignier et al, Preprint 2013)

$$h \frac{\partial x}{\partial t} = q(BT_e + C) - Cf_{in} - B \frac{\partial J_d}{\partial y} + C \frac{\partial J_u}{\partial y}$$

$$h \frac{\partial h}{\partial t} = A \left[f_{in} - (1 - T_e)q - \frac{\partial J_d}{\partial y} + \frac{\partial J_u}{\partial y} \right]$$

Modèle simplifié pour les dunes transverses

□ Analyse de stabilité linéaire (cas $T_e = \text{cst}$):

➤ Dune instable si:

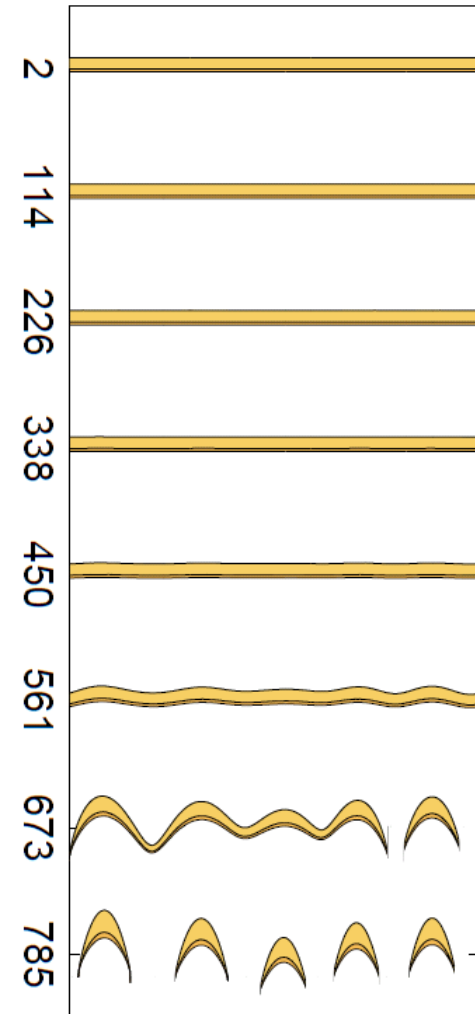
$$\rho = \frac{D_d}{D_u} > 1$$

➤ Prédiction du mode le plus instable:

$$\lambda_{\max} = 2\pi h \sqrt{\frac{D_u \rho}{AqT_e} \frac{\rho(\rho-1)}{(1+\rho)\sqrt{\rho}-2\rho}}$$

$$\tau_{\max} = \frac{h^2}{AqT_e} \frac{\sqrt{\rho}+1}{\sqrt{\rho}-1}$$

$$L_{\text{parcourue}} = \frac{h}{A_e} \frac{\sqrt{\rho}+1}{\sqrt{\rho}-1}$$



Les barkhanes

Les barkhanes

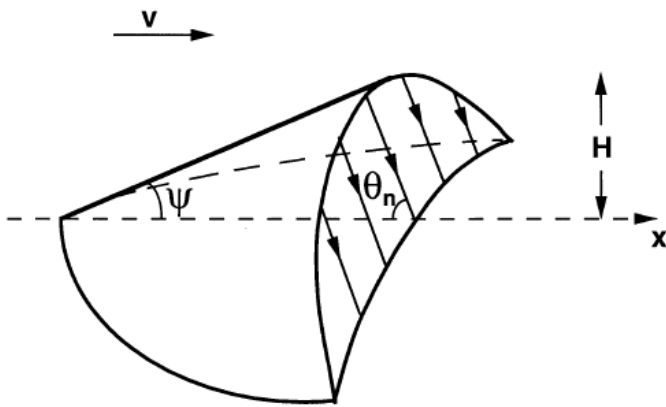
- ❑ Particularités:
 - Régime éolien simple: vent unidirectionnel
 - Dunes individualisées
 - Grande Mobilité: jusqu'à 100 m par an



(Mauritanie)

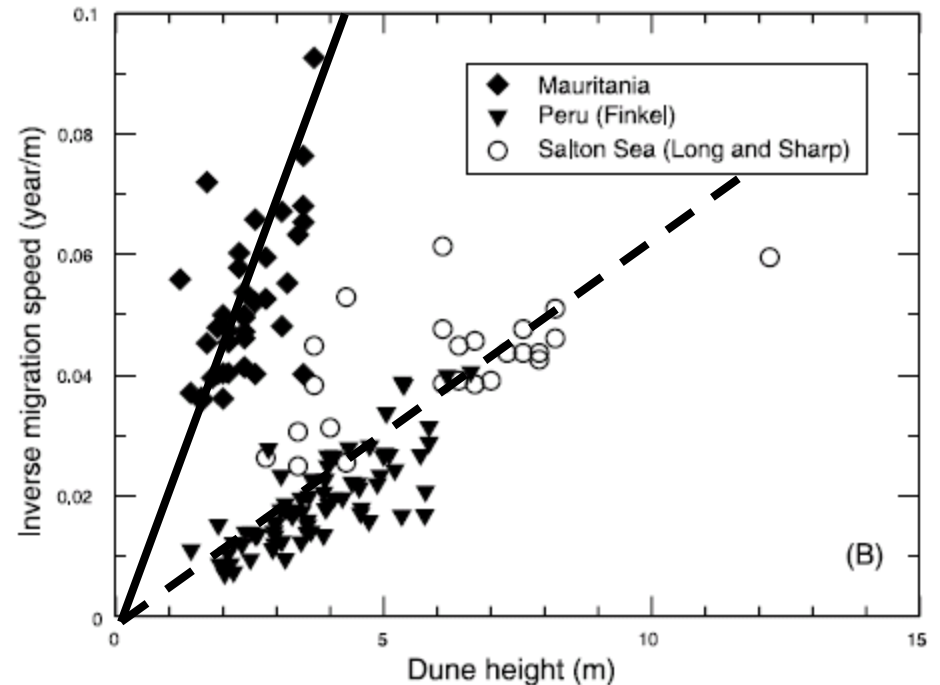
Vitesse de migration des barkhanes

□ Mobilité d'une barkhane



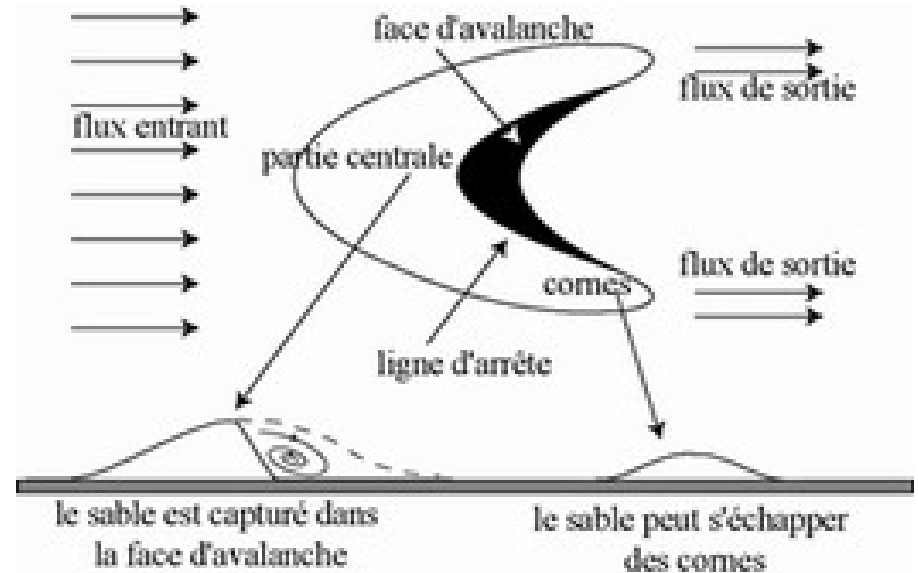
Vitesse: $C \sim Q/H$

Données de terrain



Morphologie des barkhanes

□ Structure 3D

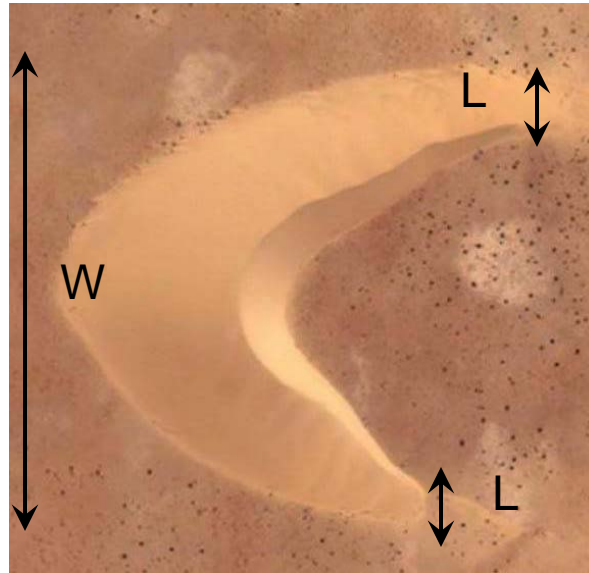


Stabilité d'une barkhane

- Relations entre les flux entrants et sortants:

Q_{in} flux de sable entrant
par unité de temps
et de largeur

$$\phi_{in} = Q_{in} w$$

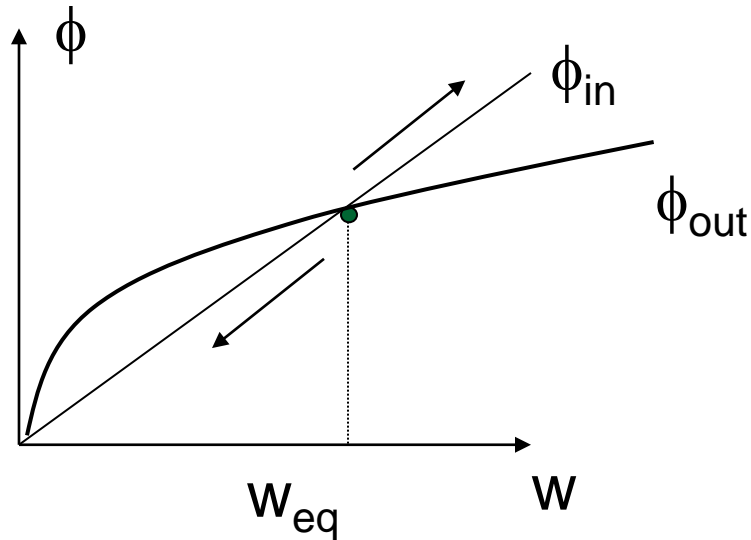


$$\phi_{out} = Q_{sat} \times 2L$$

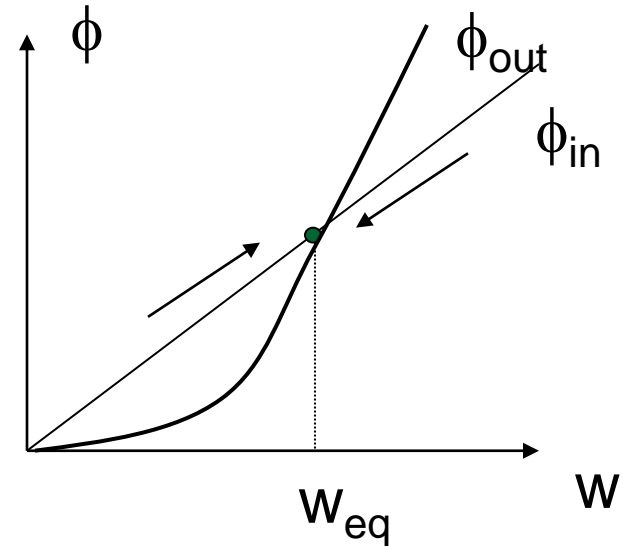
avec $L \propto w^\alpha$

Stabilité d'une barkhane

Situation instable: $\alpha < 1$



Situation stable: $\alpha > 1$



- Les petites dunes ($W < W_{eq}$) maigrissent alors que les grandes dunes ($W > W_{eq}$) grossissent

Les observations de terrain et les modèles numériques montrent que $\alpha < 1$

Stabilité d'un champ de barkhanes

Raisonnement simple:

Dispersion des tailles

⇒

Dispersion des vitesses

⇒

Les petites dunes rattrapent
les grosses

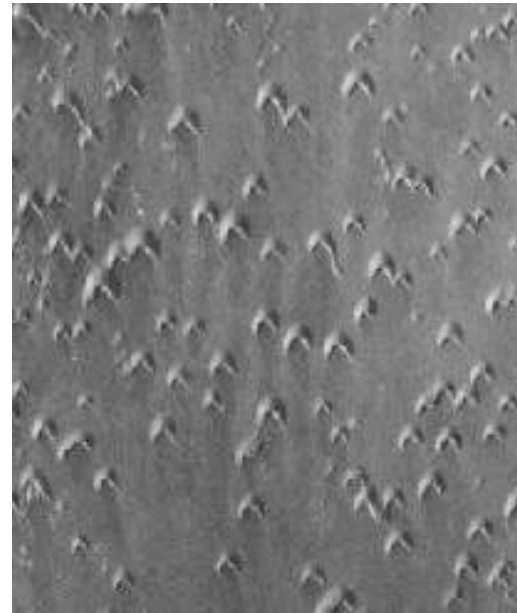
⇒

Processus de Coalescence

Etat final attendu:
Une dune unique

Observation sur le terrain:

la taille des barkhanes au sein
d'un champ évolue peu à l'échelle
de plusieurs décennies

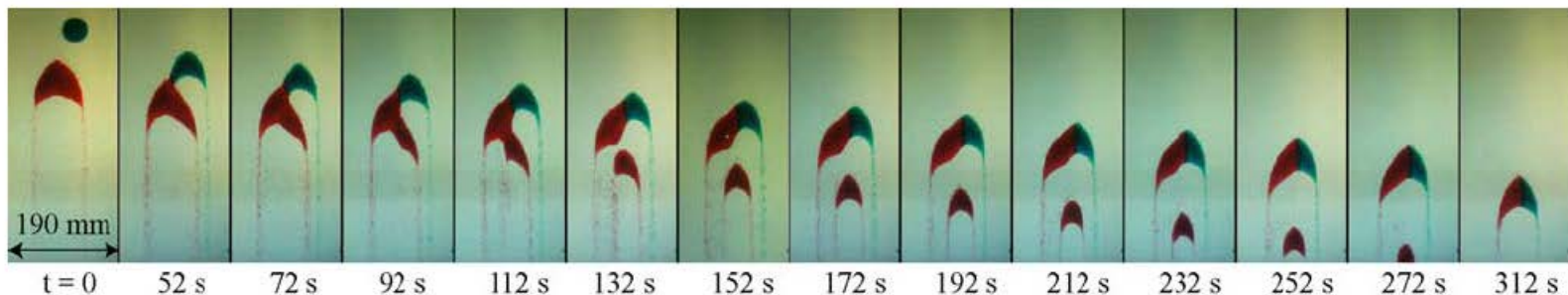


Stabilité d'un champ de barkhanes

□ Mécanismes de régulation :

- ✓ Vents latéraux
- ✓ Tempêtes
- ✓ Collisions entre dunes

□ Illustration par des expériences sous l'eau



Hersen et al, GRL 2005

Les rides éoliennes

Les rides éoliennes

□ Processus de formation



Les rides éoliennes

□ Longueur d'onde:

$$\lambda_{initial} \approx 500d (u^* / u_c^* - 1)$$

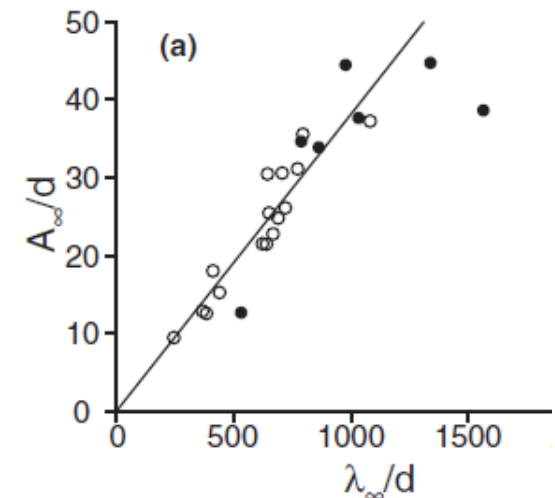
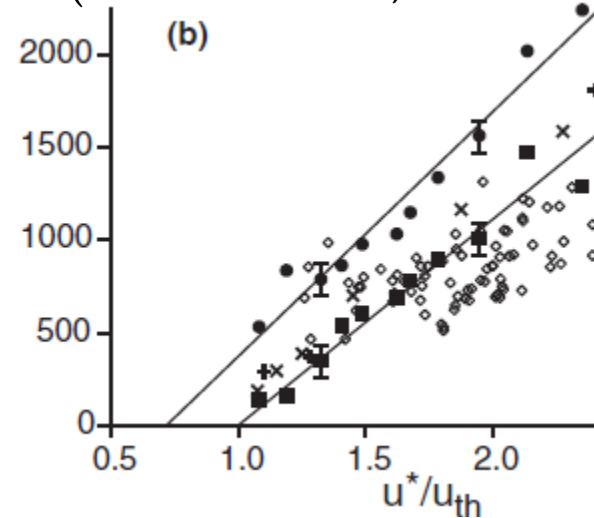
$$\lambda_{\infty} \approx 250d + 500d (u^* / u_c^* - 1)$$

□ Forme d'équilibre:



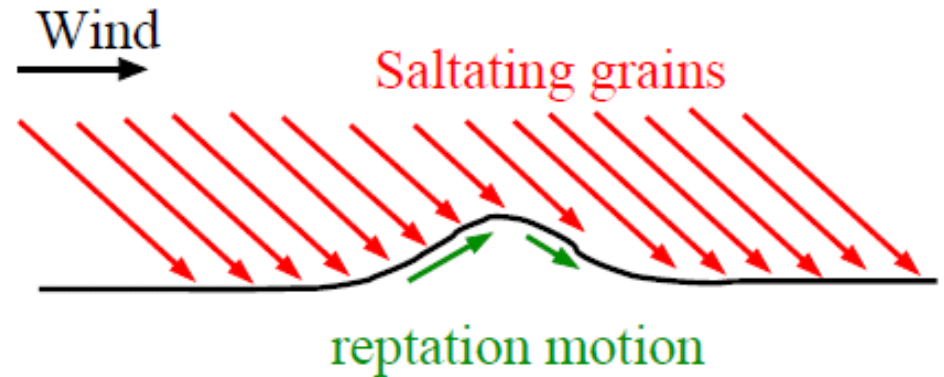
- Pente amont: 10^0 - 20^0
- Pente aval: 20^0 - 30^0 < angle d'avalanche
- Rapport d'aspect: $A \sim \lambda/30$

(Andreotti et al, PRL 2006)



Les rides éoliennes

- Mécanisme d'instabilité :
Explication heuristique de Bagnold (1941)



Le modèle d'Anderson (1980)

□ Equations du modèle:

$$\frac{\partial h}{\partial t} = -\frac{1}{\rho_{lit}} \frac{\partial Q}{\partial x}$$

$$Q = Q_{reptation} + Q_{saltation}$$

□ Hypothèses:

$$Q_{saltation} = cst$$

$$Q_{reptation}(x) = \int_x^{x-l_r} \phi_{ej}(x') dx'$$

l_r : longueur de reptation

ϕ_{ej} : flux massique de grains éjectés par unité de temps et de surface

$$\Rightarrow \frac{\partial h}{\partial t} = -\frac{1}{\rho_{lit}} [\phi_{ej}(x) - \phi_{ej}(x - l_r)]$$

Le modèle d'Anderson (1980)

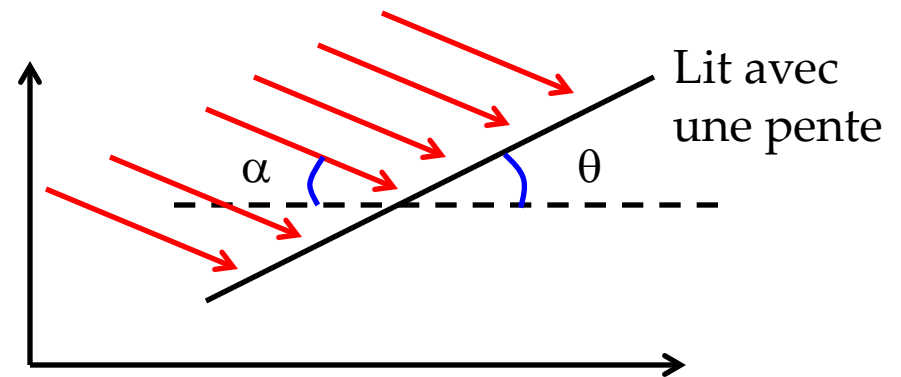
□ Calcul de ϕ_{ej} :

$$\phi_{ej}(x) = n_0 \phi_{impact}(x)$$

n_0 : nombre de grains éjectés par impact
 ϕ_{ej} : flux massique de grains impactant le lit par unité de temps et de surface

□ Effet de la pente:

$$\phi_{impact}(x) = \phi_0 \cos \theta \left(1 + \frac{1}{\tan \alpha} \frac{\partial h}{\partial x} \right)$$



Le modèle d'Anderson (1980)

- Analyse de stabilité linéaire (Calcul approché):

$$\frac{\partial h}{\partial t} \propto [\phi_{ej}(x) - \phi_{ej}(x - l_r)]$$

Au premier ordre: $\phi_{ej}(x) \propto \frac{\partial h}{\partial x}$

$$\Rightarrow \frac{\partial h}{\partial t} \propto \left[\frac{\partial h}{\partial x}(x - l_r) - \frac{\partial h}{\partial x}(x) \right] \propto -\frac{\partial^2 h}{\partial x^2}$$

Si $h \propto e^{\omega t} \cos kx \Rightarrow \omega \propto k^2 > 0$ **Tous les modes sont instables**

Le modèle d'Anderson (1980)

- Analyse de stabilité linéaire (Calcul exact):

$$\omega \propto k \sin(kl_r) - ik[1 - k \cos(kl_r)]$$

Le nombre d'onde le plus instable diverge !!

kl_r

Le modèle d'Anderson (1980)

❑ Résolution du dilemme:

➤ Loi de distribution pour la longueur de reptation

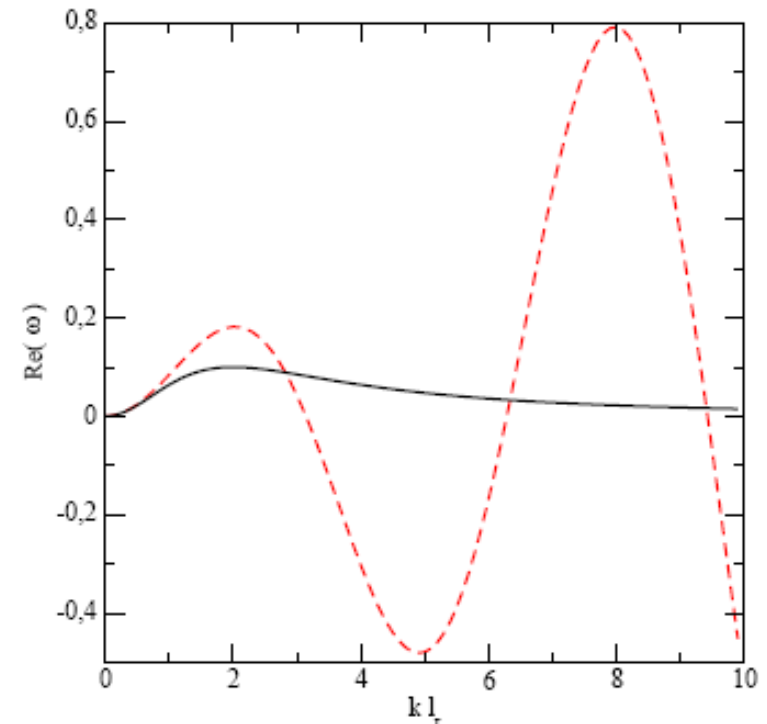
$$P(l_r) = \frac{4l_r}{\bar{l}_r^2} \exp\left(-2\frac{l_r}{\bar{l}_r}\right)$$

➤ Nouvelle relation de dispersion

$$\text{Re}(w) \propto \frac{k^2 \bar{l}_r^2}{\left(1 + \frac{k^2 \bar{l}_r^2}{4}\right)^2}$$

➤ Mode le plus instable

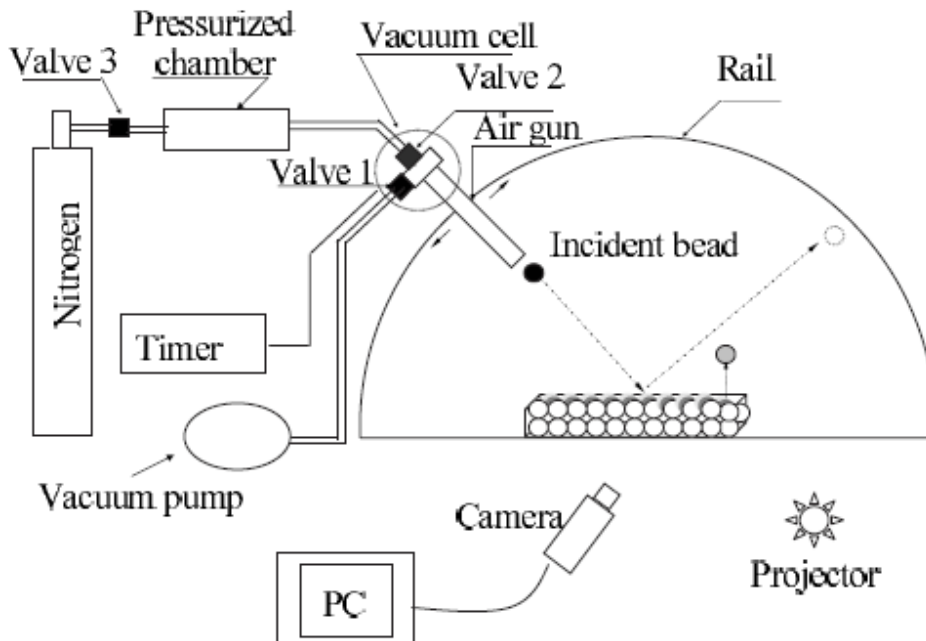
$$k_{\max} = \frac{\sqrt{2}}{\bar{l}_r} \quad \text{ou} \quad \lambda_{\max} \approx 4\bar{l}_r$$



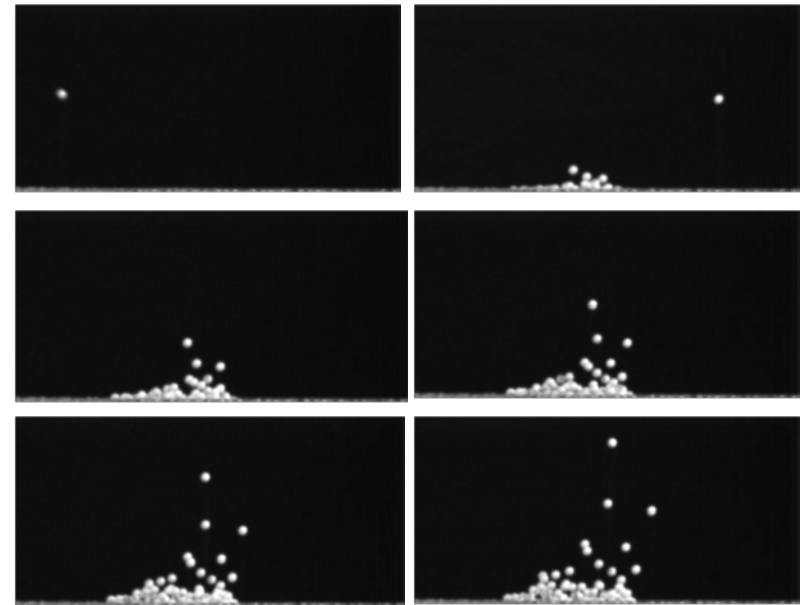
Estimation de la longueur de reptation

- Expérience de collisions (Beladjine et al, PRE 2007)

Dispositif expérimental



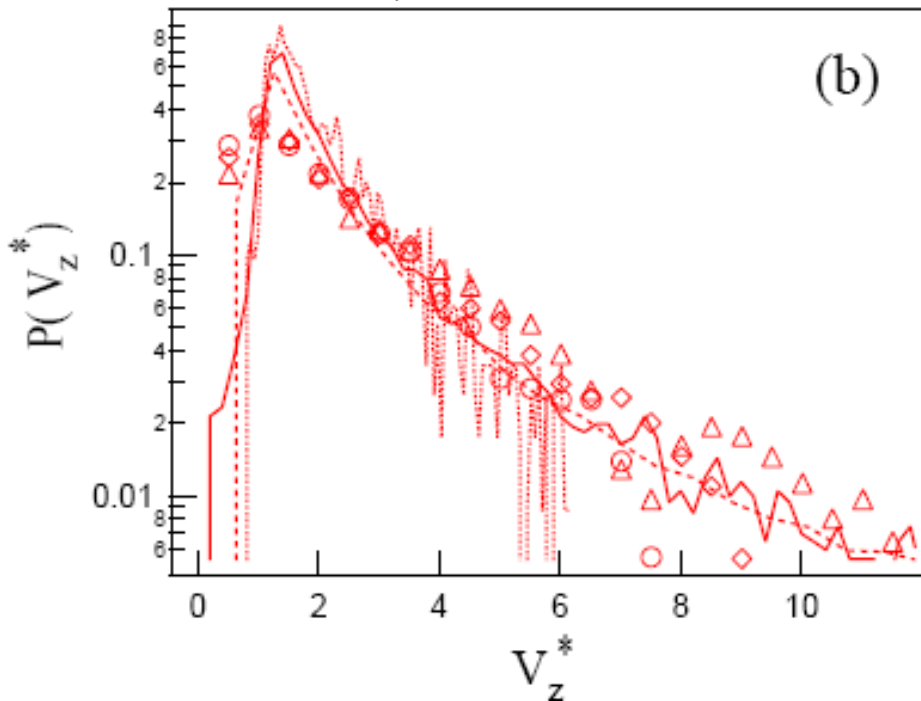
Caméra rapide (1000 images/s)



Estimation de la longueur de reptation

□ Distribution des vitesses d'éjections

(Beladjine et al, PRE 2007)



- **Loi invariante** avec la vitesse incidente et l'angle d'impact
- Seul le nombre d'éjectats varie avec la vitesse incidente et l'angle d'impact

⇒ Longueur de reptation moyenne invariante avec la vitesse du vent

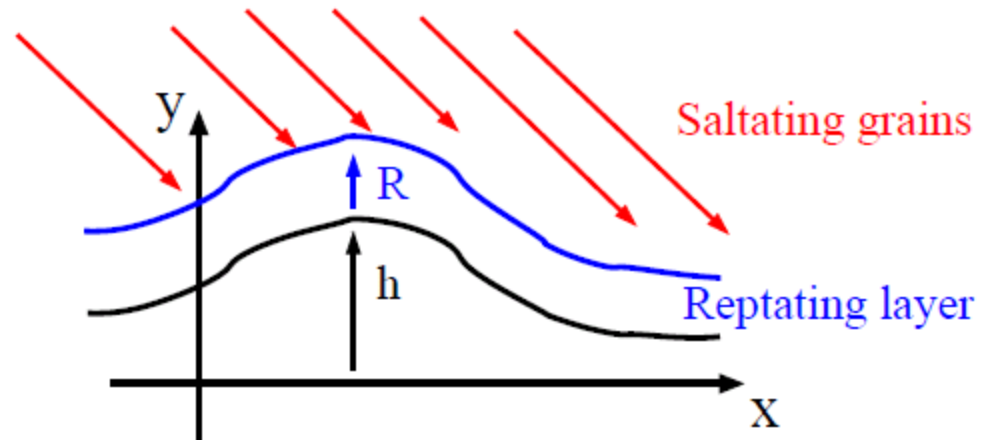
⇒ **Modèle d'Anderson mis en défaut par les observations expérimentales**

Modèle d'érosion/déposition

- Equations du modèle (Bouchaud EPJB 98, Valance EPJB 99)

$$\frac{\partial R}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial X} (V_0 R) + \Gamma[R, h]$$

$$\frac{\partial h}{\partial t} = -\Gamma[R, h]$$



- V_0 : vitesse moyenne de déplacement des grains en reptation
- Γ : taux d'échange entre les grains mobiles et les grains immobiles

Modèle d'érosion/déposition

□ Taux d'échange:

$$\Gamma = \Gamma_{ejection} + \Gamma_{deposition}$$

avec

$$\Gamma_{ejection} = \alpha_0 (1 + \alpha_1 \partial_x h + \dots)$$

$$\Gamma_{deposition} = \gamma_0 R (1 + \gamma_1 \partial_x h + \gamma_2 \partial_{xx} h + \dots)$$

➤ α_0 : taux d'éjection

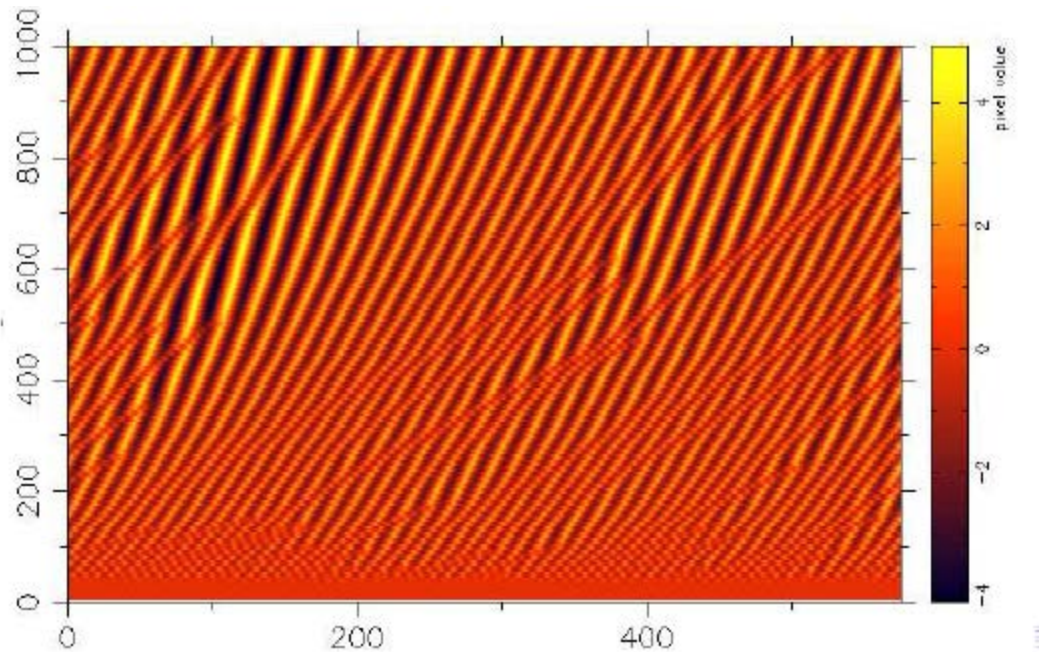
➤ $\gamma_0 = V_0/l_r$: taux de déposition

Modèle d'érosion/déposition

- Analyse faiblement non-linéaire (Valance, Physica D 2008)

$$\Rightarrow \partial_t h = -\partial_{xx} h + \nu \partial_{xxx} h - \partial_{xxxx} h + \mu \partial_{xx} (h_x^2) + \partial_x (h_x^3)$$

- Diagramme spatio-temporel



Modèle d'érosion/déposition

- Analyse faiblement non-linéaire:

$$\partial_t h = -\partial_{xx} h + \nu \partial_{xxx} h - \partial_{xxxx} h + \mu \partial_{xx} (h_x^2) + \partial_x (h_x^3)$$

- Cas $\nu=\mu=0$: Equation de Cahn-Hilliard

Mûrissement logarithmique

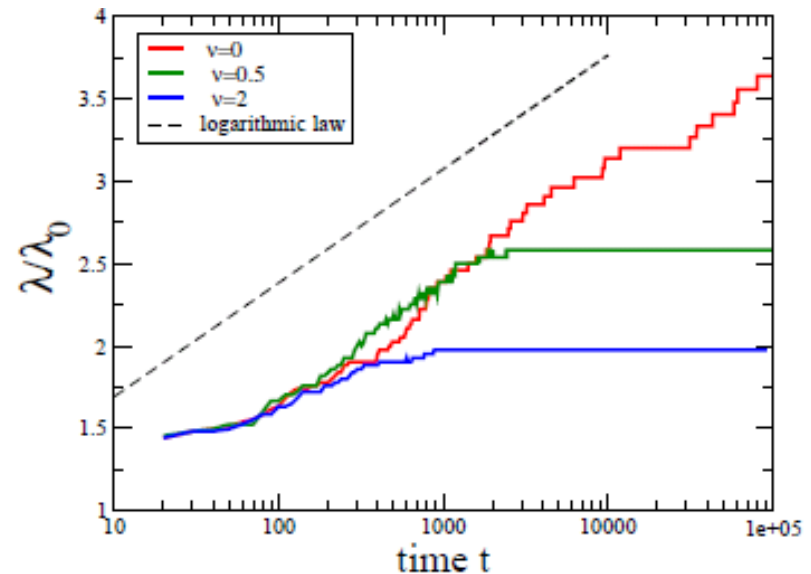
$$A \sim \lambda \sim \ln t$$

- Cas $\mu=0$ et $\nu \neq 0$:

$$A \sim \lambda \sim \ln t \text{ pour } \lambda > \lambda_c$$

$$A \sim \lambda \sim \text{cst pour } \lambda > \lambda_c$$

avec $\lambda_c = 2\lambda_0/\nu$ (λ_0 longueur d'onde à l'initiation de l'instabilité)



Questions ouvertes

- ❑ Mécanismes régissant la formation des rides éoliennes
- ❑ Description du développement non-linéaire des dunes:
 - Mûrissement
 - Mécanisme de Saturation
 - Interaction non-linéaire écoulement/topographie (recirculation, écoulements secondaires ...)
- ❑ Interactions entre dunes: collision, coalescence, division
- ❑ Régime instationnaire : Influence de la variabilité temporelle de l'écoulement
- ❑ Transport du sédiment: Effet de la polydispersité du sédiment sur les processus d'érosion, sur la longueur de saturation