

Un nouveau modèle elastoviscoplastique pour les suspensions de particules

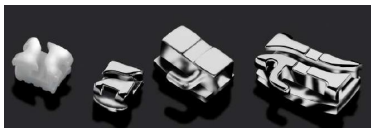
Olivier Ozenda^{1 2} Pierre Saramito¹
Guillaume Chambon² Claude Smutek³

¹Lab. J. Kuntzmann, CNRS et univ. Grenoble-Alpes

²IRSTEA Grenoble et univ. Grenoble-Alpes

³LGSR-IPGP et univ. La Reunion

30/05/2017



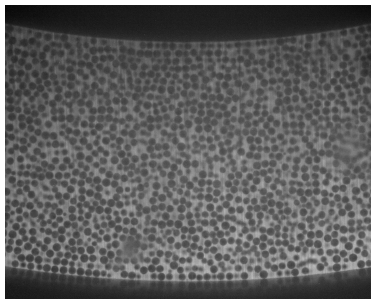
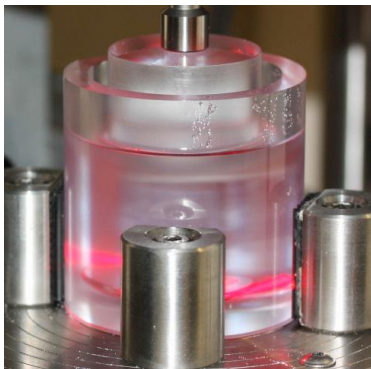
Pièces obtenues grâce à l'injection d'une suspension de particules métalliques.



Lahar dans la rivière Tambor 2014 Guatemala, (credits ConredGuatemala).

Suspensions monodisperses de sphères dures non-colloïdales dans un fluide newtonien.

Suspension en écoulement de Couette



- $\eta_{app} = \frac{\sigma_{xy}}{\dot{\gamma}}$.
- Images tirées de F.Blanc, thèse (2011).

Inversion à couple imposé

Crédits vidéo : Frédéric Blanc.

Etat de l'art : Suspension Balance Model

- Miller Morris, 2006
- Miller Singh Morris, 2009

Avantages :

- Régime stationnaire.
- Contraintes normales, mais non invariant.

Inconvénients :

- Régime transitoire.
- Manque les termes de friction.
- Non lié à la microstructure.

Etat de l'art : modèles tensoriels

- Pham Tien 1995
- Goddard 2006

Avantages :

- Régime transitoire.
- Contraintes normales par dérivée d'Oldroyd.
- Lié à la microstructure.

Inconvénients :

- Régime stationnaire.
- Manque les termes de friction.

① **Modèle continu**

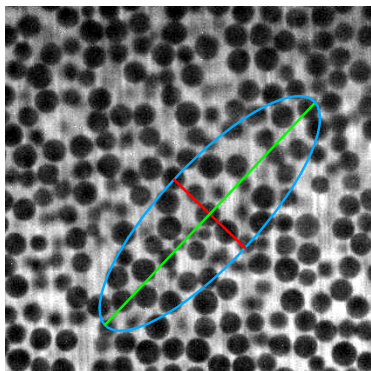
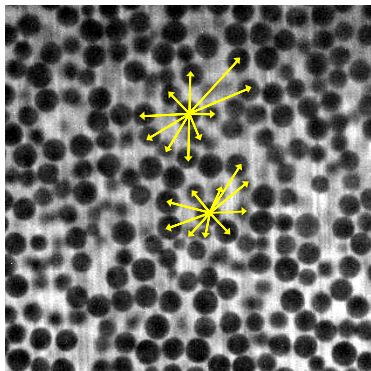
- Construction du modèle
- Paramètre de détachement.

② Régime établi en cisaillement simple

③ Régime transitoire en cisaillement simple

④ Distribution de paires locale

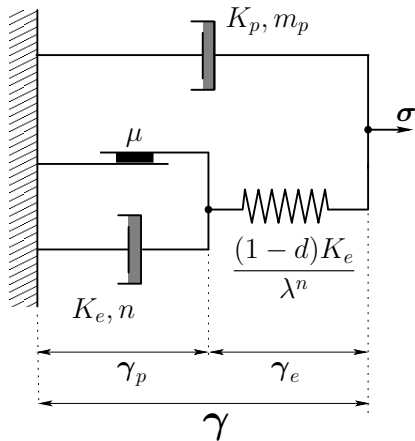
Structure micro d'une suspension



$$\langle \ell \otimes \ell \rangle = \exp(-c\gamma_e)$$

Evolution de la texture \rightarrow petite déformation.

Schéma rhéologique



$$\sigma = -p\mathbf{I} + K_p|\dot{\gamma}|^{m_p-1}\dot{\gamma} + \tau$$

d : paramètre de détachement

$$\tau = \left(K_e |\text{dev}(\dot{\gamma}_p)|^{-1+n} + \frac{\mu \text{tr}\tau}{3|\text{dev}(\dot{\gamma}_p)|} \right) \dot{\gamma}_p$$

$$\tau = \frac{(1-d)K_e}{\lambda^n} \gamma_e$$

(P) : Trouver γ_e , d , \mathbf{u} et p vérifiant :

$$\frac{\mathcal{D}\gamma_e}{\mathcal{D}t} + \frac{(1-d)^{\frac{1}{n}}}{\lambda} \max\left(0, \frac{|\text{dev}(\gamma_e)| - \mu \text{tr}(\gamma_e)/3}{|\text{dev}(\gamma_e)|^n}\right)^{\frac{1}{n}} \gamma_e = 2D(\mathbf{u})$$

$$\lambda_d \frac{Dd}{Dt} + d - \text{dam}(\gamma_e, D(\mathbf{u})) = 0$$

$$\rho \frac{D\mathbf{u}}{Dt} + \mathbf{div} \left(-p\mathbf{I} + 2K_p |2D(\mathbf{u})|^{m_p-1} D(\mathbf{u}) + \frac{(1-d)K_e}{\lambda^n} \gamma_e \right) = \rho \mathbf{g}$$

$$\mathbf{div} \mathbf{u} = 0$$

+ C.L + C.I.

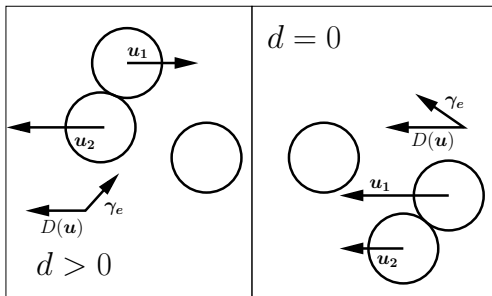
Le paramètre de détachement

$$\frac{\mathcal{D}\boldsymbol{\gamma}_e}{\mathcal{D}t} + \frac{(1-d)^{\frac{1}{n}}}{\lambda} \max\left(0, \frac{|\text{dev}(\boldsymbol{\gamma}_e)| - \mu \text{tr}(\boldsymbol{\gamma}_e)/3}{|\text{dev}(\boldsymbol{\gamma}_e)|^n}\right)^{\frac{1}{n}} \boldsymbol{\gamma}_e = 2D(\mathbf{u})$$

$$\lambda_d \frac{Dd}{Dt} + d - \text{dam}(\boldsymbol{\gamma}_e, D(\mathbf{u})) = 0$$

$$\rho \frac{D\mathbf{u}}{Dt} + \mathbf{div} \left(-p\mathbf{I} + 2K_p |2D(\mathbf{u})|^{m_p-1} D(\mathbf{u}) + \frac{(1-d)K_e}{\lambda^n} \boldsymbol{\gamma}_e \right) = \rho \mathbf{g}$$
$$\mathbf{div} \mathbf{u} = 0$$

- 1 En régime stationnaire, $d = 0$.
- 2 $D(\mathbf{u}) = 0 \Rightarrow d = 1$.

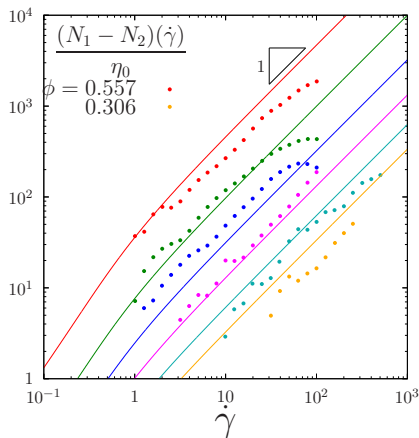


$$\text{dam}(\gamma_e, D(\mathbf{u})) = \begin{cases} 1 & \text{si } D(\mathbf{u}) = 0 \\ 0 & \text{si } D(\mathbf{u}) \neq 0 \\ & \text{et } \gamma_e : D(\mathbf{u}) \geq 0 \\ \frac{|\gamma_e : D(\mathbf{u})|}{|\text{dev}(\gamma_e)| |D(\mathbf{u})|} & \text{sinon} \end{cases}$$

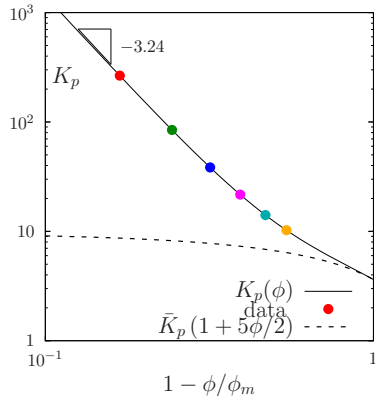
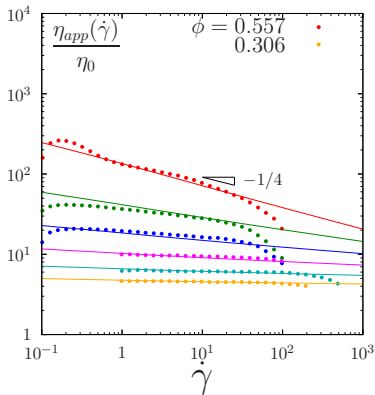
- ① Modèle continu
- ② **Régime établi en cisaillement simple**
 - Fraction volumique et taux cisaillement imposés
 - Couple et pression particulaire imposés
- ③ Régime transitoire en cisaillement simple
- ④ Distribution de paires locale

Fraction volumique et taux de cisaillement imposés

- 1 Comparaison avec des mesures en géométrie plan-plan (Zarraga, Hill, Leighton, J.Rheol, 2000).
- 2 D'après étude asymptotique $N_1 - N_2 \propto \dot{\gamma} \Rightarrow n = \frac{2}{3}$.

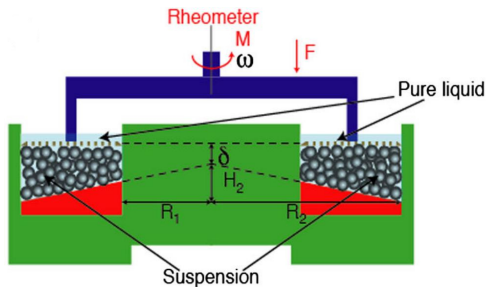


Viscosité apparente et consistance



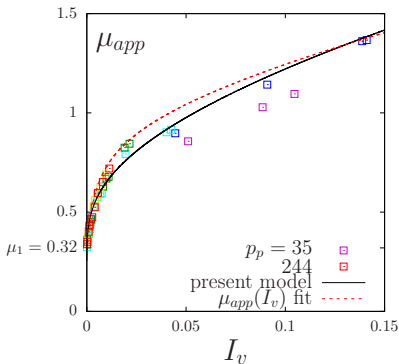
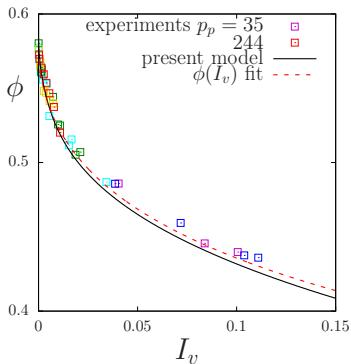
On retrouve numériquement des comportements classiques.

Couple et pression particulaire imposés



Boyer, Guazzelli, Pouliquen, PRL, 2011.

Comportement du coefficient de friction apparent

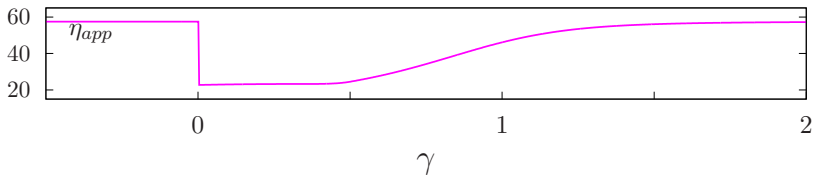
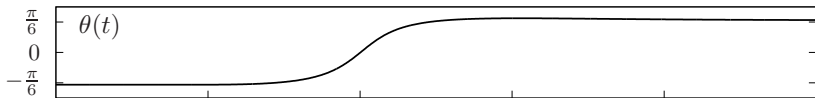
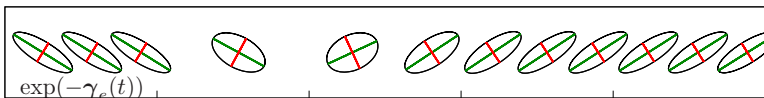


$$\mu_{app} = \frac{\sigma_{xy}}{P_p} \quad I_v = \frac{\eta_0 \dot{\gamma}}{P_p}$$

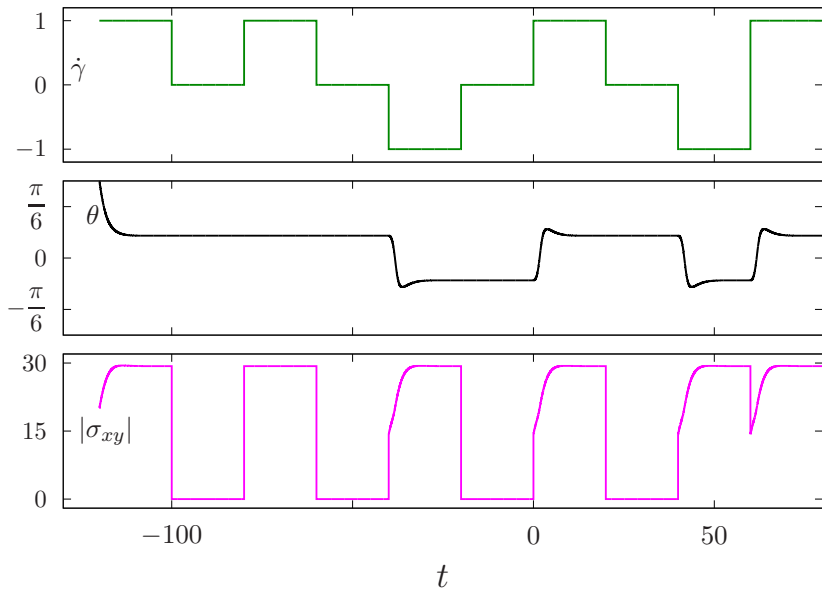
Construction d'un μ_{app} dépendant de la pression à partir d'un modèle à μ constant.

- ① Modèle continu
- ② Régime établi en cisaillement simple
- ③ **Régime transitoire en cisaillement simple**
 - Viscosité apparante
 - Paramètres matériels
- ④ Distribution de paires locale

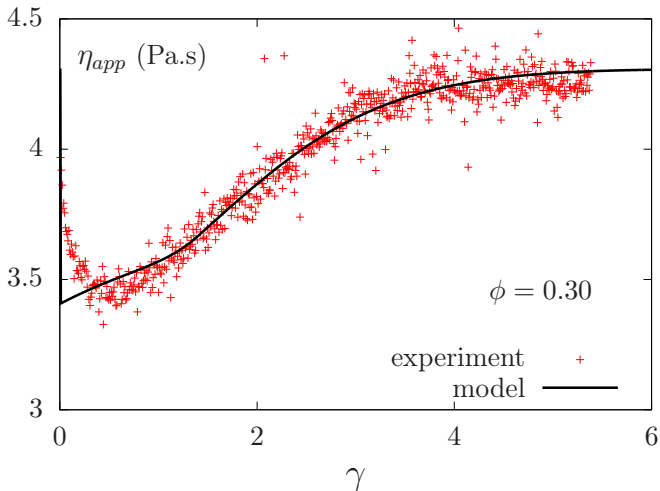
Inversion de cisaillement à $\dot{\gamma}$ imposé



Inversion de cisaillement après repos

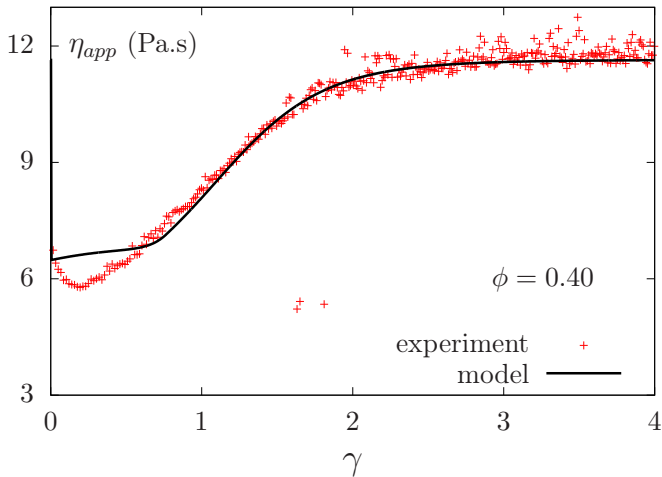


Comparaison η_{app} pour $\phi = 0.3$



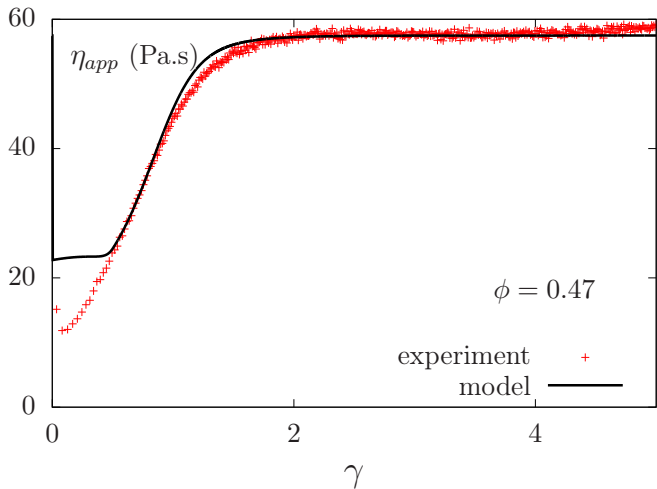
Points expérimentaux extraits de la thèse de F.Blanc (2011).

Comparaison η_{app} pour $\phi = 0.4$



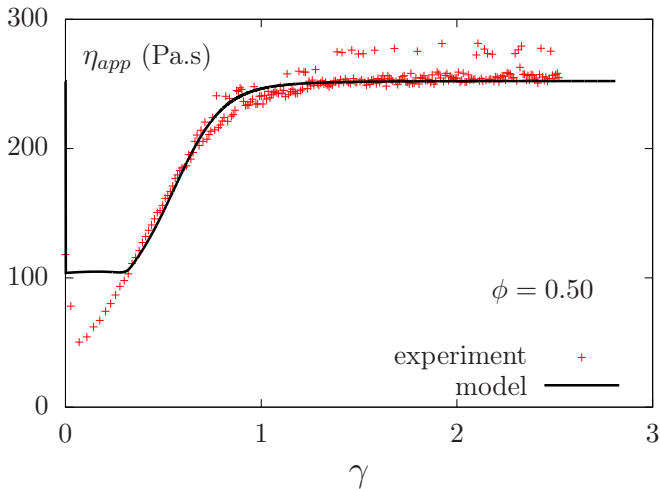
Points expérimentaux extraits de la thèse de F.Blanc (2011).

Comparaison η_{app} pour $\phi = 0.47$



Points expérimentaux extraits de la thèse de F.Blanc (2011).

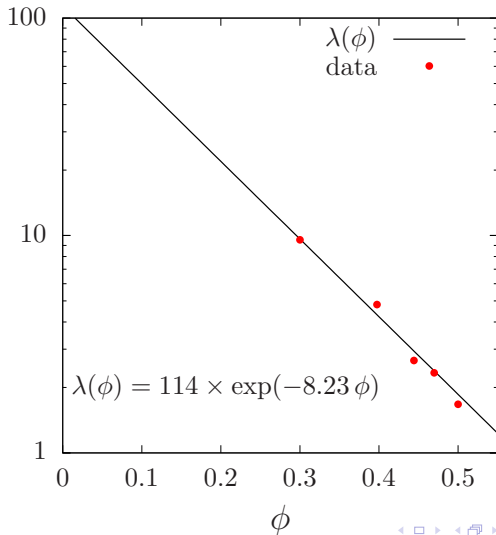
Comparaison η_{app} pour $\phi = 0.5$



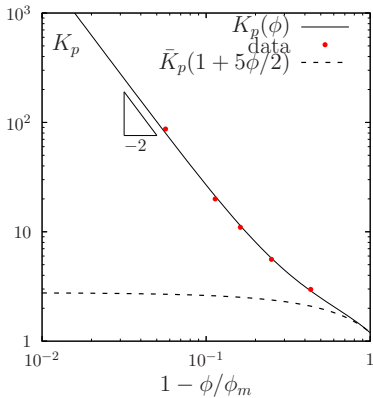
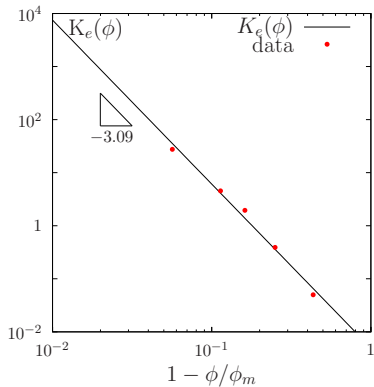
Points expérimentaux extraits de la thèse de F.Blanc (2011).

Paramètres matériels 1/2

- Certains paramètres sont fixés à priori.
- λ , K_e et K_p ont été calés pour chaque ϕ .

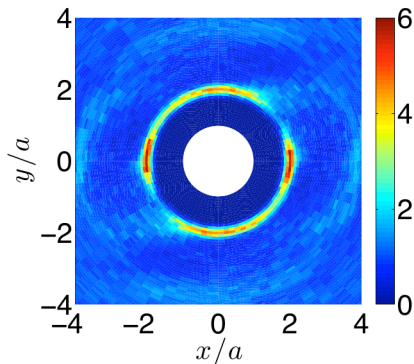
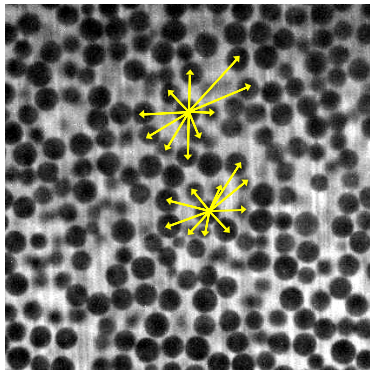


Paramètres matériels 2/2



- ① Modèle continu
- ② Régime établi en cisaillement simple
- ③ Régime transitoire en cisaillement simple
- ④ **Distribution de paires locale**
 - Distribution de voisins
 - Angle de déplétion

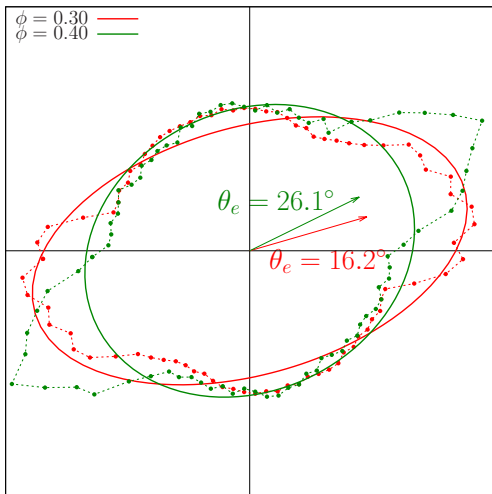
Distribution de voisins



Crédits : F.Blanc.

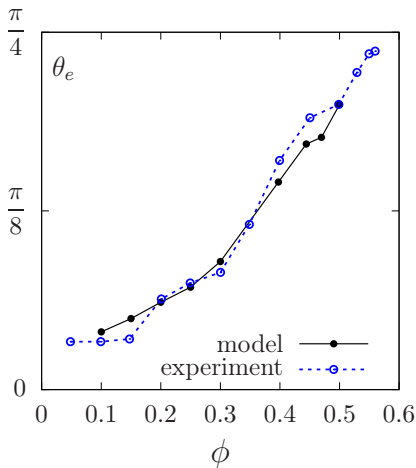
$$g(\theta) = \sum \frac{N_c(2a, \theta)}{N(N-1)}.$$

Comparison du profil de $g(\theta)$



$r = g(\theta)^{-\frac{1}{2}}$ (ligne et points), $\mathbf{x} \in \mathcal{E}$ (courbe).

Comparaison des angles de déplétion

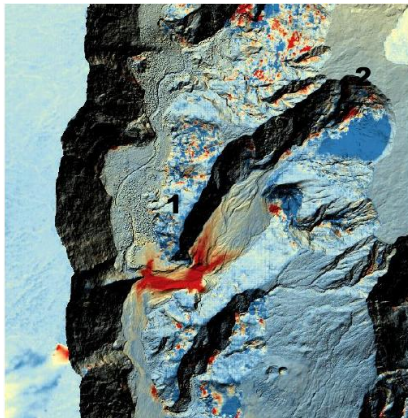


Minimum de $g(\theta)$ (lignes et points), direction du vecteur propre de γ_e associé à sa plus grande valeur propre (lignes).

Points expérimentaux : F.Blanc.

- ① Modèle intégrant un tenseur de texture, un paramètre de détachement, de type elastoviscoplastique.
- ② Régime stationnaire modélisé avec des équations intrinsèques, bonne prise en compte des forces de friction.
- ③ Modélisation des effets transitoires et lois de comportement pour les paramètres du modèle.
- ④ Convergence entre les résultats du nouveau modèle continu et les modélisations discrètes de la microstructure.

- ① Comparaisons avec des expériences de type LAOS.
- ② Coupler le système à une équation de migration.
- ③ Considerer des géométries plus complexes.



Topographie du dépôt d'un lahar, dans la rivière des Remparts, La Réunion (L.Bérengruer, L.Michon, N.Villeneuve).

Ozenda, Saramito, Chambon and Smutek,
prépublication HAL, 2017